

Janaína Poffo Possamai

## **EQUILÍBRIO ESPACIAL E TEMPORAL DE PREÇOS: INTERVENÇÃO GOVERNAMENTAL**

Tese submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Doutora em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Fernando Mayerle

Florianópolis

2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Possamai, Janaina Poffo

Equilíbrio espacial e temporal de preços : intervenção governamental / Janaina Poffo Possamai ; orientador, Sérgio Fernando Mayerle - Florianópolis, SC, 2015.

201 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

Inclui referências

1. Engenharia de Produção. 2. Equilíbrio em redes. 3. Estoques reguladores. 4. Método do gradiente projetado. I. Mayerle, Sérgio Fernando. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. III. Título.

Janaína Poffo Possamai

## **EQUILÍBRIO ESPACIAL E TEMPORAL DE PREÇOS: INTERVENÇÃO GOVERNAMENTAL**

Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do Título de “Doutora em Engenharia de Produção”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção.

Florianópolis, 25 de maio 2015.

---

Prof<sup>a</sup> Lucila Maria de Souza Campos, Dra.  
Coordenadora do Curso

### **Banca Examinadora:**

---

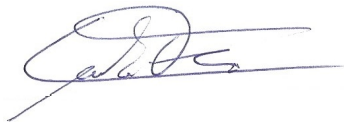
Prof. Sérgio Fernando Mayerle, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Orientador



---

Prof. Antônio Sérgio Coelho, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina





---

Carlos Ernani Fries, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina



---

Prof. Rafael Machado Casali, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina (videoconferência)



---

Prof<sup>a</sup>. Elizabeth Wegner Karas, Dra.  
Universidade Federal do Paraná



---

Prof. Luiz Carlos Matioli, Dr.  
Universidade Federal do Paraná



## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, professor Dr. Sérgio Fernando Mayerle, pela sabedoria, pelas brilhantes ideias e pela extrema dedicação.

Ao professor Dr. João Neiva de Figueiredo, pelas importantes contribuições nessa caminhada.

Ao meu marido, Cristiano, pela paciência, por sempre me apoiar e estar ao meu lado.

À minha família, pela compreensão e apoio.

À Universidade Federal de Santa Catarina, pela oportunidade que me concedeu em realizar o curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

À Universidade Regional de Blumenau, pelas horas concedidas para dedicação a esta tese.

À todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.





## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo modelar e resolver o problema de estabilização de preços das commodities agrícolas sazonais com e sem bandas de preços, utilizando uma estrutura de super-rede para determinar o equilíbrio espacial e temporal. O problema é resolvido com o algoritmo do gradiente projetado, que é detalhado para o problema proposto. Os resultados do modelo sinalizam para o uso de mecanismos de armazenamento com estoques reguladores e confirmam que o uso de faixas de preços é menos eficiente, uma vez que reduz o excedente total da sociedade. Um exemplo numérico ilustrativo apresenta uma comparação entre as políticas alternativas e permite verificar que o uso de bandas de preço pode amortecer a percepção de escassez ou excesso de produto no mercado. Por fim, um modelo empírico para o caso de arroz no Brasil é apresentado.

**Palavras-chave:** Equilíbrio em redes. Estoques reguladores. Método do gradiente projetado.



## ABSTRACT

This study proposes model and a solution to the price stabilization problem of seasonal agricultural commodities with and without price bands using a super-network structure to determine the spatial and temporal equilibrium. The problem is solved with the gradient projection algorithm explained herein. The results of the model indicate the use of storage mechanisms with buffer stocks and confirm that the use of price bands is less efficient because it reduces the total surplus of society. An illustrative numerical example provides a comparison between policy alternatives and shows that the use of price bands provides inaccurate signaling and therefore dampens market perceptions of product scarcity or excess. Finally, an empirical model for the case of rice in Brazil is presented.

**Keywords:** Network equilibrium. Buffer stocks. Gradient projection algorithm.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Estrutura de rede para equilíbrio espacial e temporal...	49
Figura 2	Representação de rede com componentes espaciais e temporais. ....	64
Figura 3	Função inversa da demanda associada ao mercado $N_j$ no período $t$ . ....	65
Figura 4	Função inversa da oferta associada à região produtora $M_i$ no período $t$ . ....	67
Figura 5	Representação dos fluxos.....	70
Figura 6	Configuração da super-rede. ....	74
Figura 7	Configuração da rede para o caso do livre comércio.....	77
Figura 8	Representação da rede - caso numérico ilustrativo. ....	89
Figura 9	Representação da super-rede - caso numérico ilustrativo. ....	89
Figura 10	Fluxos entre produtores e consumidores, e preços praticados nos mercados, para o caso sem armazenamento e sem bandas de preço.....	92
Figura 11	Fluxos e preços - caso com estocagem.....	93
Figura 12	Fluxos e preços - banda \$25 - \$30. ....	95
Figura 13	Fluxos e preços - banda \$20 - \$30.....	96
Figura 14	Fluxos e preços - banda \$25 - \$35.....	97
Figura 15	Fluxos e preços - Preços mínimos. ....	100
Figura 16	Representação da rede - caso numérico - 100 iterações. ....	107
Figura 17	Representação da rede - caso numérico - 500 iterações. ....	107
Figura 18	Preços pagos (R\$) aos produtores do RS para arroz longo fino em casca (50 kg) e respectivos preços mínimos fixados pelo governo.....	112
Figura 19	Participação do governo na comercialização de arroz. ..	115
Figura 20	Consumo de arroz em casca (em mil toneladas). ....	116
Figura 21	Variação na produção e consumo.....	116
Figura 22	Relação entre o preço observado e a quantidade produzida.....	124
Figura 23	Histórico do preço observado e da quantidade produzida.....	126
Figura 24	Calendário de colheita.....	129
Figura 25	Demanda e oferta acumuladas, obtidas na simulação. ..	140

Figura 26 Elasticidade da função oferta.....	161
Figura 27 Excedente do consumidor.....	175
Figura 28 Excedente do produtor.....	176
Figura 29 Excedente do transportador.....	177
Figura 30 Excedente do armazenador.....	178

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Estratégias para controlar a instabilidade de preços. . .	31
Tabela 2	Políticas de apoio à comercialização de arroz de alguns países e participação na produção mundial de arroz na safra 2012/13 (em %). . . . .	41
Tabela 3	Características dos estudos realizados até 1980. . . . .	51
Tabela 4	Características de alguns trabalhos. . . . .	58
Tabela 5	Curva de demanda dos mercados consumidores. . . . .	90
Tabela 6	Curva de oferta dos mercados produtores. . . . .	90
Tabela 7	Custos de transporte (em \$) por unidade transportada. . . . .	91
Tabela 8	Caso sem estocagem. . . . .	93
Tabela 9	Problema com estoque regulador do governo. . . . .	94
Tabela 10	Problema com intervenção por meio da banda de preços (\$25 - \$30). . . . .	96
Tabela 11	Problema com intervenção por meio da banda de preços (\$20 - \$30). . . . .	97
Tabela 12	Problema com intervenção por meio da banda de preços (\$25 - \$35). . . . .	98
Tabela 13	Relação entre as quantidades do mercado interno e externo. . . . .	98
Tabela 14	Resultados - política de intervenção com preços mínimos. . . . .	101
Tabela 15	Valor por unidade importada e exportada pelo governo. . . . .	102
Tabela 16	Excedente do governo banda \$25 - \$30. . . . .	103
Tabela 17	Excedente do governo banda \$20 - \$30. . . . .	104
Tabela 18	Excedente do governo banda \$25 - \$35. . . . .	104
Tabela 19	Excedente do governo - preço mínimo. . . . .	104
Tabela 20	Excedente da sociedade para cada caso. . . . .	105
Tabela 21	Tempo de CPU (em segundos), número de iterações e erro relativo. . . . .	106
Tabela 22	Produção de arroz no Brasil (em mil toneladas). . . . .	112
Tabela 23	Apoio à comercialização de arroz (em mil toneladas). . . . .	113
Tabela 24	Comercialização de arroz no Brasil (em mil toneladas). . . . .	118
Tabela 25	Preços de arroz no Brasil e no mercado internacional. . . . .	120

Tabela 26 Correlação entre as variáveis do modelo. As colunas e linhas hachuradas correspondem às variáveis explicativas eliminadas da análise. ....	122
Tabela 27 Determinação dos coeficientes da função de oferta.....	123
Tabela 28 Resumo da regressão linear.....	125
Tabela 29 Quantidade de arroz produzida (em mil toneladas).....	128
Tabela 30 Determinação das regiões produtoras. ....	129
Tabela 31 Quantidade média produzida em cada região produtora (em ton) - safras 2011/12 e 2012/13. ....	131
Tabela 32 Preço médio recebido pelo produtor em cada região produtora (em R\$/ton) - safras 2011/12 e 2012/13. ....	131
Tabela 33 Coeficiente $a_i$ da função inversa da oferta em cada região produtora para cada período.....	132
Tabela 34 Quantidade consumida (mil ton), população e consumo <i>per capita</i> . ....	132
Tabela 35 Preços pagos pelos consumidores ....	133
Tabela 36 Coeficientes da função inversa da demanda mensal em cada estado.....	135
Tabela 37 Quantidade produzida em cada região (em mil ton)....	137
Tabela 38 Custos marginais de produção (em R\$/ton).....	137
Tabela 39 Resultados para cada região geográfica do país.....	138
Tabela 40 Preço final ao mercado consumidor. ....	138
Tabela 41 Fluxo de arroz e preço médio no estoque.....	139
Tabela 42 Histórico do preço mínimo (R\$/ton) estabelecido pelo governo.....	140
Tabela 43 Histórico dos gastos do governo (R\$) com a PGPM para o caso do arroz. ....	141
Tabela 44 Verificação da condição de equilíbrio para o caso sem estoques e sem banda - Período 1.....	179
Tabela 45 Verificação da condição de equilíbrio para o caso sem estoques e sem banda - Período 2.....	180
Tabela 46 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso com estoques e sem banda - Período 1.....	181
Tabela 47 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso com estoques e sem banda - Período 2.....	182
Tabela 48 Verificação da condição de equilíbrio temporal para o	



caso com estoques e sem banda. ....	183
Tabela 49 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$25 - \$30 - Período 1. ....	184
Tabela 50 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$25 - \$30 - Período 2. ....	185
Tabela 51 Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso da banda \$25 - \$30. ....	186
Tabela 52 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$20 - \$30 - Período 1. ....	187
Tabela 53 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$20 - \$30 - Período 2. ....	188
Tabela 54 Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso da banda \$20 - \$30. ....	189
Tabela 55 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$25 - \$35 - Período 1. ....	190
Tabela 56 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$25 - \$35 - Período 2. ....	191
Tabela 57 Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso da banda \$25 - \$35. ....	192
Tabela 58 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$25 - Período 1. ....	193
Tabela 59 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$25 - Período 2. ....	194
Tabela 60 Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso de preço mínimo igual a \$25. ....	195
Tabela 61 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$30 - Período 1. ....	196
Tabela 62 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$30 - Período 2. ....	197
Tabela 63 Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso de preço mínimo igual a \$30. ....	198
Tabela 64 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$35 - Período 1. ....	199
Tabela 65 Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$35 - Período 2. ....	200
Tabela 66 Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso de preço mínimo igual a \$35. ....	201



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AGF	Aquisições do Governo Federal
CIDSE	Cooperação Internacional para o Desenvolvimento e Solidariedade
CONAB	Companhia Nacional de Abastecimento
CONSEA	Conselho Nacional de Segurança Alimentar e Nutricional
DIEESE	Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos
EGF	Empréstimos do governo federal
EUA	Estados Unidos da América
FAO	Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura
GATT	Acordo Geral de Tarifas e Comércio
LEC	Linhas especiais de crédito de comercialização
MAPA	Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento
Mercosul	Mercado Comum do Sul
OMC	Organização Mundial do Comércio
PEP	Prêmio para escoamento de produtos
PEPRO	Prêmio de equalização pago ao produtor
PGPM	Política de Garantia de Preços Mínimos
PROP	Prêmio de opção de venda privada de produtos agrícolas



## LISTA DE SÍMBOLOS

$M_i^t$	região produtora $i$ no período $t$
$N_j^t$	mercado consumidor $j$ no período $t$
$E_k^t$	armazém $k$ no período $t$
$M_{EXT}^t$	nó artificial representando a ação do governo com abastecimento subsidiado dos mercados consumidores (importação) em garantia a um preço máximo ( $P_{max}^t$ ), no período $t$
$N_{EXT}^t$	nó artificial representando a ação do governo com aquisição subsidiada das regiões produtoras (exportação) em garantia um preço mínimo ( $P_{min}^t$ ), no período $t$
$\lambda_{1i}^t$	preço na região produtora $i$ no período $t$
$\lambda_{2j}^t$	preço no mercado consumidor $j$ no período $t$
$\lambda_{3k}^t$	preço no armazém $k$ no período $t$
$q_i^t$	quantidade produzida pela região produtora $i$ no período $t$
$d_j^t$	quantidade consumida pelo mercado consumidor $j$ no período $t$
$e_k^t$	quantidade estocada pelo armazém $k$ no fim do período $t$
$x_{ij}^t$	quantidade transportada (fluxo) da região produtora $i$ para o mercado consumidor $j$ , no período $t$
$b_{ik}^t$	quantidade enviada da região produtora $i$ para o estoque $k$ no período $t$
$r_{kj}^t$	quantidade enviada do estoque $k$ para o mercado consumidor $j$ no período $t$
$S_{it}^{-1}(q_i^t)$	curva inversa da oferta (custo marginal de produção) da região produtora $i$ no período $t$
$D_{jt}^{-1}(d_j^t)$	curva inversa de demanda (preço) do mercado consumidor $j$ no período $t$
$Q_k^t(e_k^t)$	custo marginal de estocagem do período $t$ pelo agente armazenador $k$

$C_{ij}^t(x_{ij}^t)$	função de custo marginal de transporte entre a região produtora $i$ e o mercado consumidor $j$ no período $t$
$B_{ik}^t(b_{ik}^t)$	custo marginal de transporte da região produtora $i$ para o estoque $k$ no período $t$
$R_{kj}^t(r_{kj}^t)$	custo marginal de transporte do estoque $k$ para o mercado consumidor $j$ no período $t$

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>25</b>
1.1	OBJETIVOS .....	27
1.1.1	Objetivo Geral .....	27
1.1.2	Objetivos específicos .....	27
1.2	RELEVÂNCIA DO TEMA E CONTRIBUIÇÕES .....	28
1.3	LIMITAÇÕES .....	29
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	30
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>31</b>
2.1	ESTRATÉGIAS PARA ESTABILIZAÇÃO DE PREÇOS .....	31
2.1.1	Livre comércio .....	34
2.1.2	Regulação de preços a partir de bandas de preço ..	36
2.1.3	Regulação de preços através de estoques reguladores ..	37
2.1.4	Experiências internacionais na regulação de preços de commodities .....	41
2.2	MODELOS PARA ESTABILIZAÇÃO DE PREÇOS.....	45
2.2.1	Modelos baseados em redes .....	45
2.2.1.1	Equilíbrio espacial .....	46
2.2.1.2	Equilíbrio temporal .....	48
2.2.2	Outros modelos .....	50
2.3	CONTRIBUIÇÃO DA REVISÃO DA LITERATURA ...	59
<b>3</b>	<b>PROBLEMA DE ESTABILIZAÇÃO DE PREÇOS .....</b>	<b>61</b>
3.1	CARACTERÍSTICA DOS ELEMENTOS DO PROBLEMA .....	62
3.2	COMPORTAMENTO DOS AGENTES DE MERCADO ..	63
3.2.1	Comportamento dos mercados consumidores .....	65
3.2.2	Comportamento das regiões produtoras .....	66
3.2.3	Comportamento dos transportadores .....	68
3.2.4	Comportamento dos armazenadores .....	69
3.3	RESTRIÇÕES DE CONSERVAÇÃO DE FLUXO .....	69
3.4	RESTRIÇÕES DE BANDAS DE PREÇO .....	71
3.5	MODELO GERAL DE ESTABILIZAÇÃO DE PREÇOS ..	75
3.6	CASOS PARTICULARES DO MODELO GERAL .....	77
<b>4</b>	<b>MÉTODO DE SOLUÇÃO .....</b>	<b>79</b>
4.1	CONDIÇÕES DE CONVERGÊNCIA.....	79
4.2	ESTRUTURA GERAL DO ALGORITMO .....	80
4.3	REALIZAÇÃO DO PASSO DE PROJEÇÃO NOS NÓS ARMAZENADORES .....	85
4.4	PRÓXIMOS PASSOS.....	87

<b>5</b>	<b>SIMULAÇÃO PARA UM CASO NUMÉRICO ..</b>	<b>89</b>
5.1	SITUAÇÃO (I): SEM ARMAZENAMENTO E SEM BANDAS DE PREÇO .....	92
5.2	SITUAÇÃO (II): COM ARMAZENAMENTO E SEM BANDAS DE PREÇO .....	93
5.3	SITUAÇÃO (III): COM ARMAZENAMENTO E COM BANDAS DE PREÇO .....	95
5.4	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	101
5.5	CONVERGÊNCIA NUMÉRICA .....	106
<b>6</b>	<b>CASO DE ARROZ NO BRASIL .....</b>	<b>109</b>
6.1	MOTIVAÇÃO E HISTÓRICO DA PGPM NO BRASIL..	109
6.1.1	Histórico da PGPM para o mercado de arroz .....	111
6.1.2	Preço mínimo $\times$ produção de arroz .....	119
6.2	PARAMETRIZAÇÃO DAS FUNÇÕES DE OFERTA ...	127
6.3	PARAMETRIZAÇÃO DAS FUNÇÕES DE DEMANDA .	132
6.4	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	136
6.5	CONSIDERAÇÕES .....	141
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>143</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>147</b>
	<b>APÊNDICE A – Elasticidade e modelagem das funções de oferta e demanda .....</b>	<b>159</b>
	<b>APÊNDICE B – Condições de equilíbrio.....</b>	<b>163</b>
	<b>APÊNDICE C – Cálculo dos excedentes .....</b>	<b>175</b>
	<b>APÊNDICE D – Verificação das condições de equilíbrio para o caso numérico ilustrativo.....</b>	<b>179</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Produtos alimentares provenientes de atividades agrícolas sofrem sazonalidade da oferta provocando um desequilíbrio de mercado. Nos períodos de safra tem-se excesso de oferta, o que tende a provocar uma redução nos preços. Na entressafra há escassez de produtos, elevando os preços de mercado. Esses choques conflitantes entre uma demanda estável ao longo de um ano safra e níveis instáveis de produção provocam uma volatilidade considerável nos preços de mercado.

Parte da população dedica uma fração elevada de seu orçamento à alimentação e é privada da compra de certos gêneros quando os preços sobem rapidamente, podendo desencadear a fome (ANDERSON; ROUMASSET, 1996). Já os produtores podem tornar sua atividade agrícola insustentável devido aos períodos em que há excesso de oferta e os preços são menores, ou ainda, pode ocorrer inibição dos investimentos de longo prazo devido à insegurança no mercado futuro. Assim,

[...] os agricultores não têm a dimensão exata da mudança de preços. Quando os preços de determinado produto se elevam, acreditam que se manterá elevado e deslocam recursos para aumentar sua produção; contudo, na época de colheita, o preço cai, verificando-se, portanto, um emprego excessivo de recursos na atividade. A implicação disso é que o livre comércio não é eficiente para fornecer e disseminar a quantidade e a qualidade necessárias de informação para orientar os produtores. (CARVALHO; SILVA, 1993, p.53)

Dessa forma, a importância dos produtos alimentares para os consumidores e produtores leva a maioria dos países a tentar influenciar os níveis de estabilidade de preços dos alimentos. No entanto, as políticas adotadas e o grau de estabilização dos preços efetivamente alcançados variam consideravelmente.

Gouel (2012) indica que nos países em desenvolvimento a comida representa uma grande parcela dos orçamentos dos consumidores, tornando-os muito vulneráveis ao risco de preço. Nesses países, os mercados financeiros são menos desenvolvidos e não permitem agricultores e intermediários de cobrir o risco de forma eficiente e os governos são mais propensos a adotar políticas comerciais, na busca de ganhos políticos de curto prazo. Também Carvalho e Silva (1993) corroboram:

Países desenvolvidos têm montado vários mecanismos de sustentação que resultam em onerosos estoques acumulados. Nas economias subdesenvolvidas, via de regra o setor sofre taxações, embora se reconheça a necessidade de estímulos que permitam aumento da produção e a formação de estoques. (p. 52)

Em geral as políticas de estabilização utilizam estoques, subsídios e taxação através de impostos, visando manter os preços dentro de uma faixa de valores ou assegurando preços mínimos aos produtores ou ainda, garantindo preços máximos aos consumidores.

Essa operação de armazenamento em estoques reguladores é realizada de modo que em período de safra, quando há excesso de oferta, retiram-se produtos do mercado efetivando a estocagem e fazendo com que os preços se elevem. Já no período de entressafra, quando há escassez na oferta, a quantidade estocada é comercializada, aumentando a oferta no mercado e fazendo com que os preços sejam reduzidos. Porém, quando um preço mínimo é propendido então pode ocorrer que o valor de compra dos produtos, por parte do armazenador, seja maior que os preços de equilíbrio de mercado e ainda, quando preços máximos são estabelecidos pode-se ter que importar produtos e vendê-los a preços que ocasionem déficits aos cofres públicos.

Esse tipo de situação é conflitante, pois o aumento de preços estimula a produção, o que a longo prazo faz com que haja oferta em excesso não absorvida pelo mercado, reduzindo os preços consideravelmente, tornando os custos de manutenção de preços mínimos insustentáveis. Ou ainda, preços mantidos em um valor teto estimulam o crescimento do consumo e caso não haja um aumento de oferta equivalente, o preço volta a subir.

Assim, para garantir preços dentro de um alvo estabelecido, os estoques geram custos que não podem ser repassados diretamente para o mercado caso essa política de faixas de preços seja mantida e a sociedade acaba pagando por ela de forma indireta através de tributação. Desta forma, os consumidores estariam pagando pelos produtos indiretamente mais do que estariam dispostos a pagar para consumi-los. Assim, essa política de intervenção pode se tornar ineficiente a longo prazo pois mascara a real situação do mercado.

Com este trabalho um modelo geral de equilíbrio espacial e temporal é estabelecido para avaliar duas políticas distintas de atuação do governo: (i) com bandas de preço, onde a importação e a exportação são reguladas para manutenção dos preços internos dentro de um valor

mínimo e máximo de referência; (ii) atuação apenas com estoques reguladores, onde o custo de operacionalização é repassado ao mercado, sinalizando as reais condições de oferta e demanda. Em ambos os casos, avalia-se o impacto sobre mercados consumidores e regiões produtoras por meio dos fluxos, volatilidade dos preços e excedente da sociedade.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Construir um modelo para determinação do equilíbrio espacial e temporal de preços em um mercado de commodities, utilizando uma estrutura de super-rede, que permita avaliar as políticas de intervenção dos governos no que se refere a livre comércio, bandas de preço e estoque regulador.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Com o intuito de atingir o objetivo geral serão considerados os seguintes objetivos específicos no desenvolvimento do trabalho:

- (i) Investigar os modelos presentes na literatura que tratam de estabilização de preços e armazenamento.
- (ii) Obter um modelo de equilíbrio de mercado que descreva o comportamento de estoques reguladores considerando o objetivo de maximizar o excedente da sociedade.
- (iii) Construir um modelo de equilíbrio que avalie a participação de todos os agentes de mercado e que possa incluir restrições que descrevam as condições de mercado e as políticas de intervenção governamental.
- (iv) Apresentar um método de solução para o modelo proposto.
- (v) Avaliar a convergência do algoritmo utilizado na solução por meio de simulações numéricas.
- (vi) Verificar, no contexto brasileiro, como é realizada a política de intervenção do governo no mercado de commodities agrícolas.

- (vii) Desenvolver um caso empírico para simular a utilização de estoques reguladores no contexto brasileiro.

## 1.2 RELEVÂNCIA DO TEMA E CONTRIBUIÇÕES

Em países em desenvolvimento, como o Brasil, uma das características fundamentais da agricultura é a extrema variabilidade de sua produção e de seus preços, resultando em considerável instabilidade da renda agrícola dos produtores (LAMOUNIER; SILVA, 2000) e insegurança alimentar dos consumidores de baixa renda, que destinam grande parte de seus orçamentos familiares à alimentação. Nesse contexto, políticas de intervenção governamental que visam à estabilização de preços de produtos que sofrem sazonalidade na oferta ocorrem em vários países. No Brasil, por exemplo, desde 1966 foi adotada a Política de Garantia de Preços Mínimos (PGPM) através de Empréstimos do Governo Federal (EGF) e de Aquisições do Governo Federal (AGF).

Nesse contexto, tratar de modelos que descrevam as consequências de intervenções que utilizem armazenamento de produtos e/ou controle de importações e exportações é de relevância fundamental, no sentido de permitir que simulações sejam realizadas para estimar os impactos relativos.

Desta forma, três aspectos fundamentam as contribuições deste trabalho.

O primeiro deles refere-se ao ponto de vista econômico que permite avaliar as estratégias de intervenção política, verificando qual é a forma mais eficiente de alocar os recursos públicos, simulando diversas condições de mercado. Ou seja, é possível analisar qual o impacto para a sociedade ao se realizar modificações nas estratégias comerciais, por meio de simulações computacionais. Por exemplo, a tributação sobre a produção planejada poderia ser agregada à restrição de oferta dos mercados produtores para verificar quais as consequências para a sociedade ou ainda, a abertura de importação ou exportação poderia ser avaliada através de inclusão no modelo de agentes com funções específicas de oferta e demanda.

Gouel (2013) indica que existem duas classes de políticas de intervenção do governo. A primeira, referida como ótima, seria a de imitar o papel do mercado futuro, subsidiando os consumidores diretamente com pagamentos em espécie. A segunda é a política adotada no mundo em desenvolvimento, que trata de estabilização de preços. Mesmo não sendo a melhor opção, pois em geral gera custos que são

repassados à sociedade indiretamente, é a mais utilizada.

A atuação de estoques reguladores, por meio do repasse de custos operacionais diretamente para a sociedade, se enquadra na lógica da primeira classe de problemas sugeridos por Gouel (2013). Dessa forma, o segundo aspecto refere-se à contribuição do ponto de vista prático, pois a proposta desta tese é avaliar um modelo em que o equilíbrio ocorre naturalmente, ou seja, não são feitas imposições que dificultem sua sustentação a longo prazo.

O terceiro refere-se à contribuição científica, pois o modelo permite agregar múltiplos agentes em múltiplos períodos de planejamento, ou seja, se trata de um modelo de equilíbrio espacial e temporal.

Além disso, há uma contribuição científica do ponto de vista metodológico visto que o algoritmo sugerido usa o método do gradiente projetado com *diminishing stepsize*, em que a projeção é realizada em duas fases. O primeiro estágio refere-se à projeção dos componentes espaciais, que é feito de uma forma direta. A segunda fase refere-se à projeção dos componentes temporais, para o qual propõe-se um procedimento recursivo para inverter as matrizes em cada iteração, a fim de reduzir o esforço computacional.

### 1.3 LIMITAÇÕES

Este trabalho trata da intervenção governamental no mercado de commodities agrícolas avaliando o uso de estoques reguladores e de bandas de preço. No contexto dos estoques governamentais este trabalho se limita a avaliar o resultado sobre os fluxos e preços de mercado quando o deslocamento de produtos é realizado de períodos de excesso de produção para períodos de oferta escassa. Assim, os resultados sobre a segurança alimentar agregando a manutenção de estoques de segurança não são avaliados.

O modelo apresentado trata do equilíbrio parcial do mercado, ou seja, trata-se da commodity de forma isolada, considerando outros fatores do mercado constantes, como por exemplo, rendimento dos consumidores, bens substitutos ou complementares, entre outros. Num modelo de equilíbrio geral, diversos mercados seriam analisados simultaneamente. Por exemplo, o mercado da produção de milho está relacionado com a criação de frangos, com a produção de óleos, entre outros fatores.

Outro fator limitante deste trabalho refere-se ao desempenho do método de solução apresentado, pois não é realizado um comparativo

com outros algoritmos disponíveis. Além disso, as funções usadas para modelar a demanda, oferta e os custos de transporte e armazenamento são separáveis, dadas as características do problema analisado, implicando em adaptar o método solução proposto nos casos em que funções mais gerais são utilizadas.

Por fim, no caso empírico para o mercado de arroz no Brasil, os resultados estão limitados pelo reduzido e restrito histórico de dados disponíveis. Dados mensais de produção, consumo, custos e preços são necessários para uma aproximação mais adequada com a realidade.

## 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é estruturado em sete capítulos, sendo que no primeiro apresenta-se a problemática envolvida no estudo. No segundo capítulo busca-se situar o contexto dos estoques em nível empresarial e governamental, bem como caracterizar os problemas de equilíbrio e de estabilização de preços através dos diversos aspectos discutidos na revisão da literatura.

A modelagem do problema é apresentada no terceiro capítulo. Inicialmente as premissas em relação ao comportamento dos agentes envolvidos no mercado são discutidas. Os modelos de equilíbrio espacial e temporal são estabelecidos e por fim, a estrutura de super-rede com inclusão de bandas de preços é discutida.

O método de solução para o modelo proposto é discutido no quarto capítulo. Um modelo de simulação para um caso numérico é apresentado no quinto capítulo, onde avalia-se o impacto decorrente da intervenção governamental sem que incentivos sejam fornecidos para a produção ou consumo. Comparam-se os resultados com o caso em que restrições de bandas de preços são utilizadas.

No capítulo seis, um caso empírico considerando a cultura de arroz e seus dados históricos no contexto do Brasil é modelado e seus resultados discutidos. As conclusões e recomendações para trabalhos futuros são discutidas no capítulo sete.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo é realizada uma revisão das estratégias para estabilização de preços, visando situar o problema proposto. Apresentam-se os modelos de equilíbrio em redes e outros modelos utilizados para análise das políticas de intervenção.

2.1 ESTRATÉGIAS PARA ESTABILIZAÇÃO DE PREÇOS

A gestão da instabilidade de preços de commodities agrícolas tem sido uma preocupação desde os primórdios da história, quando civilizações antigas usavam estoques públicos de grãos para ajudar a gerenciar a variabilidade da colheita. Em geral, a demanda por commodities agrícolas é constante ao longo de um ano safra e a variação dos preços é decorrente da sazonalidade da oferta, dado que nos períodos de safra há excesso de produção e os preços são pressionados para baixo e em períodos de cultivo há escassez na oferta e os preços tendem a aumentar.

Nesse sentido contribui Galtier (2013) ao classificar as estratégias para controlar essa instabilidade de preços, conforme resumo da Tabela 1:

Tabela 1: Estratégias para controlar a instabilidade de preços.

		Objetivo	
		Estabilizar os preços	Reduzir os efeitos da instabilidade
Modalidades de ação	Baseado no mercado	Estratégia A	Estratégia B
	Baseado em intervenções públicas	Estratégia C	Estratégia D

Fonte: Galtier (2013, p.2) - tradução nossa

A estratégia A é pautada no livre comércio, com o pressuposto de facilitar a compensação espacial de excedentes e deficits entre as regiões ou países e temporal através do armazenamento, que opera

exclusivamente devido a forças do mercado (realizado por um agente privado que visa maximizar o ganho de transação).

A estratégia B se baseia na cobertura de riscos e corresponde a mecanismos de mercado que permitem reduzir os efeitos de instabilidade de preços. Basicamente depende de um mercado de capitais e de commodities desenvolvido e de sistemas produtivos sofisticados. Nesta categoria entram todas as operações de mercado futuro que permitem aos produtores se proteger de oscilações de preços, quer vendendo a preço pré-determinado, quer se posicionando na bolsa de valores para ter uma proteção/seguro sobre sua produção. Estes mercados são sofisticados, mas têm funcionado bem em países desenvolvidos (produtores nos EUA, Japão). No entanto, produtores em países em desenvolvimento (inclusive produtores de subsistência no Brasil) em geral não têm acesso a estes instrumentos, de forma que sua utilidade é discutível para os mais necessitados.

As estratégias de C estão baseadas na intervenção pública através de armazenamento de produtos ou através da regulação das importações ou das exportações (por meio de impostos, subsídios ou restrições quantitativas), regulando a quantidade disponível no mercado, a fim de manter os preços acima de um preço mínimo e abaixo de um preço máximo.

A estratégia de D (também com base em intervenções públicas) consiste em transferir recursos (dinheiro ou bens) às famílias ou às pessoas vulneráveis para ajudá-las a manter o seu nível de consumo de alimentos, estritamente em períodos de crise.

Observa-se que a primeira coluna da matriz (A e C) se aplica a ações visando a estabilização de preços, enquanto que a segunda (B e D) se refere à minimização dos efeitos negativos decorrentes de instabilidade nos preços.

Galtier indica que uma combinação ABD– (a estratégia C não deve ser usada e a D restringida) é uma doutrina que, desde 1980, tem dominado tanto os círculos acadêmicos quanto os políticos, sendo orientada para atuar somente nos períodos de crise e direcionada para garantir segurança alimentar. O pressuposto dessa doutrina tem por finalidade indicar que a estabilidade de preços ideal é baseada no mercado, pois este atua de modo que os custos do comércio e da armazenagem transpareçam para todos os agentes envolvidos.

Porém, Galtier considera que esta doutrina não é suficiente para proteger agricultores e consumidores e que deve-se considerar o uso da estratégia C ou mais amplamente a D, apesar dos custos em termos de gastos públicos e de distorções ocasionadas no mercado.



Nesta posição, considera-se a manutenção de política de bandas inadequada, pois esta gera custos aos cofres públicos que não são repassados diretamente aos consumidores e produtores e ainda, as distorções são ocasionadas por manter os preços fora do equilíbrio natural sustentado pelo mercado.

Galtier ressalta que, para as políticas de banda serem bem sucedidas, algumas condições devem ser garantidas: primeiro, os preços de intervenção devem ser fixados em níveis adequados e devem ser conhecidos com antecedência (preços mínimos muito altos, preços máximos muito baixos e intervenções imprevisíveis são suscetíveis de expulsar armazenamento e comércio privado, o que pode levar ao aumento da instabilidade de preços). Em segundo lugar, a intervenção pública não deve se basear apenas em ações públicas, mas também envolver políticas comerciais (caso contrário, é provável que a política de estabilização falhe, ou possa ser alvo de ataques especulativos).

Outra classificação dos problemas de estabilização é proposta por Gouel (2013), considerando a presença de políticas de intervenção em dois casos, e que estas são concebidas para corrigir a incapacidade dos consumidores de se assegurar contra a volatilidade dos preços dos alimentos. O primeiro caso é denominado política ótima de intervenção, onde os consumidores são subsidiados em espécie. Porém, poucos são os governos que atuam desta forma, mas alguns estão relacionados com esta lógica, como os que oferecem dinheiro ou alimentos em troca de trabalho. O segundo caso de políticas de estabilização de preços dos alimentos é referente à atuação do governo através de aplicação de impostos e/ou subsídios à produção ou mesmo através de armazenamento de produtos, visando um preço alvo. Embora menos eficiente, esta política é mais frequente.

Basicamente a proposta de Gouel se enquadra, respectivamente, na classificação D e C apresentada por Galtier, visando as estratégias de domínio da intervenção pública.

Dentre essas estratégias, B e D não dão garantias da disponibilidade de produtos mas tão somente visam amortizar os efeitos da instabilidade de preços. Há duas maneiras de garantir produtos: com regulação da importação e exportação ou com armazenamento, que são indicadas nas estratégias A e C. O foco de discussão deste trabalho está representado nas estratégias A e C, sendo a intervenção do governo discutida no âmbito do uso de estoques reguladores e de bandas de preço.

Na sequência três situações são apresentadas, visando contextualizar estas estratégias: o livre comércio, a regulação de preços a partir de bandas de preço e, por fim, a redução da volatilidade dos preços por meio de estoques reguladores.

### **2.1.1 Livre comércio**

A sazonalidade dos preços de commodities agrícolas é decorrente da falta de ajustamento entre oferta e demanda, dado que a oferta costuma ser concentrada em alguns meses enquanto a demanda é esparsa ao longo do ano. Essa variabilidade de preços ao longo dos meses do ano-safra justifica a adoção de políticas de intervenção dado que os consumidores não são capazes de se proteger e nem mesmo de conter a alta dos preços com ações individuais de compra e armazenamento e tampouco os produtores têm informação suficiente para avaliar e se proteger das situações futuras.

Em geral, os produtores balizam o plantio com base no preço que é observado no mercado daquele momento. Assim, se o preço está alto, tendem a aumentar a quantidade produzida, o que faz com que os preços sejam pressionados para baixo durante a comercialização, decorrente do excesso de oferta e, se o preço está baixo, reduzem a quantidade plantada, o que implica em aumento dos preços durante a safra, devido à falta de produtos no mercado. Essa variação é ruim para produtores, pois dificulta a manutenção da atividade agrícola e inibe investimentos de longo prazo. E, ao contrário do que se pode pensar, mesmo em momentos de preços altos, os produtores não se beneficiam devido ao aumento consequente dos insumos (PIESSE; THIRTLE, 2009).

O impacto dessa volatilidade para os consumidores está relacionado com a importância que a compra dos alimentos representa nos orçamentos, podendo restringir o acesso aos alimentos para parte da população mais pobre e podendo ser um impedimento para que muitas famílias saiam do nível de pobreza. Segundo Poulton et al. (2006) na maioria dos países africanos, por exemplo, grande parte das famílias rurais e urbanas estão inseridas na classe de pobreza, dedicando grande parte de sua renda (muitas vezes 50% ou mais) para a compra de alimentos básicos. Em casos extremos, elas podem ser forçadas a vender alguns dos seus poucos bens para comprar comida, consignando-lhes assim reduzir os níveis de rendimento e consumo em períodos futuros.

Benson et al. (2013) lista os fatores que têm contribuído para o aumento de preços dos alimentos nos últimos anos. Dentre eles,

destacam-se: (i) o aumento dos custos de produção, processamento e comercialização; (ii) o uso de culturas alimentares para a produção de energia - por exemplo, um terço da safra de milho dos EUA foi desviado para a produção de etanol (PIESSE; THIRTLE, 2009); (iii) o crescente consumo de carne, que estimula o aumento da demanda por ração animal; e, entre outros, (iv) desincentivos à produção agrícola e ao comércio decorrente de políticas protecionistas.

Esse descompasso entre a demanda e a oferta, decorrente da sazonalidade na produção de commodities agrícolas, poderia ser contido pelo livre comércio entre os países, onde todas as barreiras artificiais de comércio fossem removidas. Assim, dado que as condições climáticas, que determinam os períodos de safra e entre-safra, divergem entre os países, o equilíbrio entre a oferta e a demanda aconteceria naturalmente, reduzindo a volatilidade dos preços em nível internacional. Porém, quando o livre comércio é estabelecido apenas internamente e o mercado internacional mantém preços artificiais, impostos por políticas protecionistas, os preços do mercado interno ficam comprometidos.

Poulton et al. (2006) indicam que o comércio doméstico e internacional deve definir os limites para as flutuações de preços em anos excepcionais (quando situações climáticas causam quebra acentuada de safra, por exemplo), enquanto que em épocas normais a atividade de armazenagem privada poderia ser utilizada para reduzir a volatilidade dos preços.

Nesse sentido, também corrobora a Organização Mundial do Comércio (OMC) quando estabelece a partir do Acordo Geral de Tarifas e Comércio (GATT) a redução dos instrumentos de intervenção no mercado e a minimização das barreiras para o comércio internacional. Também, Poulton et al. (2006) indicam que é necessário um compromisso mais forte por parte dos governos em minimizar a intervenção nos mercados de alimentos e, ao mesmo tempo, investir na melhoria da qualidade de informação de safra divulgados publicamente, pois onde não existe um quadro claro para a intervenção do Estado as estratégias são suscetíveis de serem ineficazes no controle da variabilidade dos preços e podem até agravá-las.

Duas estratégias de intervenção governamental são comuns nos mercados de commodities: (i) controle dos preços subsidiando produtores e/ou consumidores, (ii) controle dos fluxos, com a finalidade de controlar os preços, com ações de armazenamento. Na sequência discutem-se essas estratégias.

### 2.1.2 Regulação de preços a partir de bandas de preço

Ao se tratar de políticas de intervenção dos governos sobre o mercado, em especial para commodities agrícolas, é importante destacar as finalidades para as quais, aquelas que atuam com restrições nos preços, são propostas:

- Garantia de preços mínimos aos produtores: onde há a preocupação de assegurar a manutenção da atividade agrícola e reduzir a instabilidade de renda dos produtores;
- Garantia de preços máximos aos consumidores: onde a segurança alimentar para a população é priorizada, garantindo acesso a alimentos básicos por um preço que possibilite sua aquisição para a maior parte da população;
- Bandas de preço: onde é estabelecido um preço máximo aos consumidores e um preço mínimo aos produtores.

A política de intervenção mais utilizada pelos governos dos países desenvolvidos e em desenvolvimento refere-se à manutenção de preços mínimos estabelecidos e garantidos aos produtores. Também permite aos consumidores mais pobres a garantia de acesso a alimentos. No Brasil, por exemplo, o governo atua na manutenção de preços mínimos aos produtores enquanto que os consumidores de famílias mais pobres são subsidiados em espécie por meio do Programa Bolsa Família (se enquadrando nas categorias C e D apontadas por Galtier).

Esse tipo de política, de fixação de preços, é amplamente discutida e questionada. Em países desenvolvidos como os EUA, por exemplo, a manutenção de preços tem provocado um excesso de produção, pois os produtores respondem não apenas aos sinais vindos do mercado para determinar a quantidade a ser cultivada, mas também ao montante de pagamento que iriam receber do governo (SOUZA FILHO; BUAINAIN, 2011). Dessa forma, a preocupação dos governos tem sido a redução de estoques subsidiados. Na União Europeia, a Política Agrícola Comum, criada em 1957, visava solucionar o problema da dependência de importação de alimentos. Porém, também teve como resultado o acúmulo de estoques, o que levou os governos a adotarem subsídios às exportações (CARVALHO; SILVA, 1993).

A alocação de recursos em âmbito doméstico (nacional), utilizando medidas protecionistas como bandas de preço, pode atingir proporções internacionais, pois os subsídios distorcem os preços internos e

depreciam artificialmente os preços internacionais, alterando a quantidade de produtos produzidos e consumidos em uma economia (SUTOPO et al., 2011).

Esses debates, em torno das políticas de intervenção, vêm sendo motivados pelas crises alimentares ao longo dos últimos dois séculos e giram em torno de uma questão: o quanto o mercado pode ser invocado para garantir a segurança alimentar e quanto o governo deve intervir em favor deste objetivo.

Nesse sentido, Timmer (2010), analisando o histórico de crises alimentares no mundo, sugere que a prevenção das mesmas está na constituição de reservas substanciais de grãos durante períodos de excesso de produção para posterior comercialização quando os preços começam a subir. Porém, Wright (2009) ressalta que um dos principais problemas com esse tipo de abordagem refere-se à utilização de bandas de preço, enfatizando que tais faixas de preço são insustentáveis, tanto na prática quanto na teoria.

O que é comum nessas discussões é a ineficiência da intervenção governamental no que se refere ao estabelecimento de bandas de preço, pois regula a economia com preços artificiais, deixando de sinalizar para o mercado as condições de falta ou excesso de produtos, podendo dessa forma, incentivar de maneira incorreta o aumento (diminuição) da oferta ou demanda.

### 2.1.3 Regulação de preços através de estoques reguladores

Para Ballou (2006, p.271) “Estoques são acumulações de matérias-primas, suprimentos, componentes, materiais em processo e produtos acabados que surgem em numerosos pontos do canal de produção e logística das empresas”.

Fica evidente que a definição apresentada por Ballou está inserida em um contexto empresarial, enquanto que em uma explanação mais ampla Bertaglia (2005, p.320) identifica que “A formação do estoque está relacionada ao desequilíbrio existente entre a demanda e o fornecimento”.

O objetivo fundamental do estoque, segundo Vieira (2009, p.179), está em “não deixar faltar material ou produto procurando, porém, de todas as formas evitar a elevada mobilização de recursos financeiros com os mesmos”.

Bowersox et al. (2013, p.226) destacam a dificuldade em se avaliar o *trade-off* entre níveis de serviço, eficiência das operações e níveis

de estoque. Porém, a avaliação dos estoques depende de compreender as funções desempenhadas por cada tipo. As classificações apresentadas por Ballou (1993), Bowersox et al. (2013), Bertaglia (2005) e Vieira (2009) recebem denominações semelhantes, que são sintetizadas neste trabalho da seguinte forma:

- *Estoques no canal de distribuição:* são estoques que correspondem à movimentação física de materiais e produtos. São estoques em trânsito entre elos da cadeia de suprimento ou em processo em operações de produção, cuja movimentação ocorre do fornecedor até a fábrica, da fábrica até o centro de distribuição ou do centro de distribuição ao cliente.
- *Estoques especulativos:* são aqueles cuja compra excede a necessidade de consumo imediata. Podem ser motivados por antecipação dos lucros, descontos de preços por quantidade, promoções, antecipações de aumentos anunciados de preços ou padrões de vendas sazonais.
- *Estoques de ciclo:* correspondem à demanda média durante o tempo transcorrido entre reabastecimentos sucessivos. Essas condições podem estar vinculadas ao tamanho mínimo do lote em função da produção, do fornecimento ou do transporte. Há necessidade de se produzir uma quantidade mínima desses produtos por causa dos custos e do tempo envolvidos (como exemplo, produção de pães, telhas, tijolos).
- *Estoques de antecipação ou sazonal:* é aplicado à produtos com comportamento sazonal na demanda, onde os produtos são produzidos previamente e consumidos durante períodos de pico (como exemplo: panetone, ovos de páscoa) ou a produtos de comportamento sazonal na oferta, com consumo estável durante todo o ano (como exemplo: arroz, feijão). No caso da demanda sazonal, os estoques poderiam ser substituídos por equipamentos que possibilitassem ter uma produção que atendesse o consumo em períodos de pico. Porém, para produtos cuja produção é sazonal, como commodities agrícolas, os estoques assumem a função de reguladores, onde o deslocamento temporal da produção é necessário para manter a estabilidade e a regularidade do abastecimento. Os governos mantêm estoques reguladores também para minimizar as variações bruscas nos preços.

- *Estoques de flutuação ou de segurança*: no contexto empresarial, funcionam como pulmão contra a variabilidade da demanda e dos tempos de reposição. Atrasos na entrega de materiais e produtos, problemas de transporte, atrasos de negociação, quebras de equipamento ou aumentos inesperados no consumo podem gerar falta de produtos. Essas faltas podem significar perdas de venda, pois os produtos são substituídos por similares. No contexto dos governos, os estoques de segurança têm como finalidade a garantia do abastecimento nas situações de graves insuficiências da oferta, dando suporte às políticas públicas voltadas para a segurança alimentar e nutricional da população.
- *Estoques obsoletos, ou ainda, estoque morto ou evaporado*: é o estoque perecível, com prazo de validade esgotado ou de tecnologia ultrapassada e que deverá ser gerenciado até o descarte final.

As tendências na área da logística têm direcionado para a redução do estoques (BERTAGLIA, 2005, p.320), porém, ainda que estes não possam ser eliminados, uma gestão eficiente e a manutenção de estoques mínimos são favoráveis para redução dos custos para toda a sociedade.

Algumas ponderações importantes devem ser apontadas em relação à manutenção dos estoques, algumas favoráveis, que justificam sua presença, e outras que identificam os motivos de manter esses estoques em nível mínimo.

Ballou (1993, p.204) resume as razões de se manter estoques pela impossibilidade de conhecer exatamente a demanda futura e por nem sempre os suprimentos estarem disponíveis a qualquer momento. Assim, deve-se acumular estoques com a finalidade de assegurar a disponibilidade de mercadorias e minimizar os custos totais de produção e distribuição.

Alguns aspectos identificam as causas de se manter estoques (BALLOU, 1993; GASNIER, 2002; VIEIRA, 2009):

- Melhoram o nível de serviço: os estoques proporcionam um nível de disponibilidade que, quando próximo da demanda, aumenta o nível de satisfação e resulta não apenas na manutenção, mas também no aumento das vendas.
- Permitem economias de escala nas compras e no transporte: a aquisição de lotes maiores possibilita obter descontos nos preços unitários dos produtos e também nos custos de transporte, em comparação com compras realizadas para atender demandas imediatas e menores.

- Incentivam economias na produção: os estoques agem como amortecedores entre a oferta e a demanda, possibilitando uma produção mais constante e por consequência redução nos custos de produção.
- Agem como proteção contra aumento de preços: compras podem ser antecipadas em função de aumentos previstos nos preços.
- Protegem de incertezas na demanda e no tempo de ressuprimento: devido à incerteza da demanda os estoques possibilitam garantir a disponibilidade de produtos.
- Servem como segurança contra contingências: estoques permitem manter o abastecimento normalizado em situações de greves ou inundações, por exemplo.

Outros aspectos são apontados como desfavoráveis à manutenção dos estoques ou mesmo como motivação para mantê-los em níveis mínimos (BALLOU, 1993; GASNIER, 2002; VIEIRA, 2009):

- Desperdício orçamentário: os estoques absorvem um capital que seria mais rentável se destinado a incrementar a produtividade e competitividade.
- Inibe o gerenciamento global do canal de suprimentos: a proteção gerada pelos estoques mascara a necessidade de planejamento e coordenação entre os vários elos do canal de suprimentos.
- Podem causar perdas por obsolescência, validade e descontinuidade.

Essas ponderações podem ser avaliadas em dois contextos específicos: das empresas e dos governos. No caso das empresas, a manutenção dos estoques depende de estratégias operacionais, de planejamento e da gestão da cadeia de suprimentos. Esses estoques têm as mais diversas origens, conforme a classificação apresentada, seja para reduzir custos ou para garantir produtos para uma demanda que é incerta, podendo ocorrer em nível temporal ou espacial.

Os estoques mantidos pelos governos têm apenas duas finalidades: manter a regularidade no abastecimento e minimizar a flutuação dos preços no mercado ou para dar garantias de segurança à população. Em geral, esses estoques possuem um ciclo mais longo e são de difícil eliminação quando comparados com estoques operacionais. A atuação dos governos neste tipo de armazenamento está estritamente direcionada a produtos denominados commodities, onde o preço dos produtos



depende apenas da quantidade disponível no mercado e não está associado com marcas, ou seja, ele é facilmente substituído por outro, independente de quem o produz, como arroz, café, soja, entre outros.

Agentes privados também podem realizar esse tipo de armazenamento, deslocando produtos temporalmente, como ocorre com cooperativas. Porém, neste caso, a finalidade está relacionada com a maximização dos ganhos obtidos na transação dos produtos. Apesar de não ser este o objetivo, estes estoques também acabam por reduzir a volatilidade dos preços.

Alguns países fazem uso da estratégia de armazenagem como uma política de intervenção porém, em geral, essa operação tem como finalidade a manutenção de preços de referência. Nesta tese, propõem-se o uso de estoques reguladores, onde o excesso de produção é adquirido pelo governo (safra) e comercializado em períodos de oferta escassa (entre-safra). Nessa operação de armazenagem todos os custos de aquisição e operacionalização dos estoques são repassados para a sociedade, sem que bandas de preço sejam estabelecidas. Assim, a redução da volatilidade de preços ocorre naturalmente pelo ajustamento entre a oferta e a demanda.

**2.1.4 Experiências internacionais na regulação de preços de commodities**

De forma ilustrativa, a Tabela 2 resume, para alguns países, as políticas de intervenção adotadas pelos governos para a cultura de arroz.

Tabela 2: Políticas de apoio à comercialização de arroz de alguns países e participação na produção mundial de arroz na safra 2012/13 (em %).

<b>País</b>	<b>Políticas de apoio à produção e comercialização de arroz</b>
Argentina (0,10%)	O apoio ao setor se limita principalmente à prestação de serviços de informação e pesquisa.
Bangladesh (7,09%)	A intervenção do governo no mercado refere-se à aquisição de arroz necessário para programas públicos de distribuição de alimentos. A atuação do governo também ocorre apoiando os agricultores na adoção de novas tecnologias para a produção e na distribuição de sementes de alta qualidade.

Brasil (1,73%)	O governo atua preferencialmente na concessão de empréstimos sobre os investimentos em irrigação, armazenamento e comercialização condicionados a um preço mínimo de referência. Os preços mínimos estabelecidos estão abaixo dos padrões internacionais.
China (27,92%)	O governo age na tentativa de reduzir o excedente de produção acumulado nos últimos anos. Porém preços mínimos são sustentados pelo governo como medida para manter a rentabilidade mínima dos agricultores. O governo controlava toda a produção e comercialização do arroz e em 2001 abandonou essa política, possibilitando que os produtores pudessem tomar suas próprias decisões.
Egito (0,83%)	Os investimentos públicos de grande volume têm se concentrado em infra estrutura de irrigação e recuperação de terras. Embora em grande parte o setor do arroz opere em um ambiente de livre mercado, o governo ainda influencia preços através da concessão de créditos subsidiados para que usinas estatais comprem arroz. O governo anuncia no início de cada período os preços de comercialização.
EUA (0,79%)	O governo garante aos produtores um preço mínimo na comercialização do arroz, que equivale à diferença entre o preço internacional e o preço mínimo nacional de referência.
Índia (19,71%)	O governo investe em elevados subsídios aos produtores no que se refere a insumos, fertilizantes, energia e irrigação. Também atua na garantia de preços mínimos, apesar das preocupações com o excesso de estocagem.
Indonésia (9,29%)	A melhoria de acesso ao crédito, a subvenção de fertilizantes e a garantia de preços mínimos são medidas adotadas pelo governo.
Japão (1,67%)	As políticas são direcionadas a reduzir o excesso de produção de arroz. O governo garante uma compensação aos agricultores apenas quando o preço de mercado é igual ou menor que 20% do preço de referência e as aquisições do governo são restritas a reconstituir os estoques de segurança.
México (0,16%)	Preços mínimos são estabelecidos e o governo paga aos agricultores a diferença entre o preço-alvo e o de referência.
Tailândia (3,15%)	O governo atua regulando o preço no mercado consumidor e garantindo preços mínimos aos produtores. A atuação tem como objetivo aumentar a rentabilidade dos agricultores, aumentando a produtividade agrícola e diminuindo os custos de produção.
União Européia (0,61%)	Garante aos produtores uma renda mínima por meio da garantia de preços mínimos, porém condicionado a um limite máximo de aquisição por parte do governo, restringindo tanto em área quanto em rentabilidade.

Uruguai (0,02 %)	O governo tem apoiado os agricultores estabelecendo um fundo que financia com uma taxa de 5% todas as exportações de arroz. Dessa forma espera reduzir o nível de endividamento dos produtores, ocorrido após a desvalorização cambial de 2002.
---------------------	---

---

Fonte: FAO (2005) - tradução nossa

Participação da produção mundial - adaptado de FAO (2014)

Essas políticas de intervenção são de longa data - como exemplo, a política agrícola dos EUA iniciou nos anos 30, a Política Agrícola Comum da União Européia em 1957 e no Brasil, a Política de Garantia de Preços Mínimos teve início em 1966 - e sofreram diversas modificações, alternando entre os objetivos de garantir o abastecimento interno, com controle das importações/exportações bem como incentivos financeiros para o aumento da produção e redução de estoques subsidiados, resultantes das ações protecionistas anteriores.

Esse histórico das políticas de intervenção sobre o preço de commodities tem motivado a discussão da eficiência da estabilização de preços e seus efeitos sobre o produtor e o bem-estar do consumidor, conforme segue.

Uma discussão mais teórica é realizada por Dawe e Timmer (2012) que descrevem os benefícios e os custos da gestão de instabilidade dos preços dos alimentos no contexto de promoção do crescimento econômico e redução da pobreza, a fim de melhorar a segurança alimentar. Relatam algumas objeções teóricas ao uso de restrições comerciais para estabilizar os preços dos alimentos bastante citados na literatura. Entre elas, que restrições comerciais reduzem a eficiência econômica; não são direcionadas para os pobres e, portanto, desperdiçam recursos escassos; dada a persistência de choques nos preços mundiais, não é possível estabilizar os preços domésticos sem substanciais custos fiscais. Destacam ainda que altos níveis de proteção agrícola e o fracasso em diversificar e modernizar setores agrícolas foram em grande parte efeitos colaterais inesperados da estratégia de crescimento com estabilidade. Os autores indicam que apesar de terem mérito, tais objeções são exageradas e destacam a importância de políticas de estabilização de preços. Assim como os consumidores, os agricultores também se beneficiam de preços estáveis, porque são protegidos por períodos de preços anormalmente baixos. Ainda, uma vez que muitos produtores são pobres, em certa medida, a estabilização de preços é uma forma de minimizar os efeitos da pobreza, como é o caso com os consumidores. Ainda, a estabilização dos preços pode aumentar a eficiência no setor

agrícola, pois a proteção em períodos de preços muito baixos, que poderiam causar problemas de fluxo de caixa, incentiva investimentos de longo prazo na produção agrícola. Esta é uma forma de promover um bom funcionamento do sistema financeiro rural, reduzindo as demandas por crédito subsidiado, que muitas vezes são políticas de alto custo e ineficientes a longo prazo.

Nesse contexto, também apresentam contribuição Anderson e Nelgen (2012) examinando a extensão do comportamento por parte dos governos em impor barreiras nacionais ao comércio agrícola, para isolar os mercados domésticos da variabilidade do preço internacional e, para tanto, analisaram distorções nos preços agrícolas em 75 países desde 1950. Em sua verificação indicam que um imposto sobre a importação (ou subsídios à exportação) é o equivalente a um imposto sobre o consumo e a um subsídio ao produtor. Da mesma forma, um imposto sobre a exportação (ou subsídio à importação) é equivalente a um subsídio ao consumidor e a um imposto ao produtor. As intervenções políticas comerciais em resposta a picos de preços internacionais de alimentos são variadas, para atingir vários objetivos declarados ou ocultos dos governos. Em países em desenvolvimento, no caso de picos de preços elevados comumente justifica-se as barreiras comerciais pela garantia de segurança alimentar aos consumidores domésticos. Quanto a picos de preços muito reduzidos, o objetivo declarado para alterar as barreiras comerciais de um país é de proteger os agricultores pobres de perdas de rendimento. As reações governamentais tradicionais de política comercial para picos de preços de alimentos são indesejáveis porque, coletivamente, elas não são muito eficazes em estabilizar os preços domésticos e, não menos importante, porque aumentam a volatilidade do preço internacional e reduzem o papel que o comércio entre as nações podem desempenhar na estabilidade para os mercados mundiais de alimentos. Quanto maior o número de países que isolam seus mercados internos, maior a quantidade de países que percebem a necessidade de fazer o mesmo, agravando o efeito sobre os preços mundiais.

É amplamente reconhecida a importância de intervenção governamental para conter flutuações dos preços dos alimentos, especialmente em países de baixa renda onde a comida domina orçamentos e atividades econômicas. Porém, a implementação bem sucedida de sistemas de estabilização de preços vem sendo discutida por diversos autores, como Knudsen e Nash (1990) que comparam os custos e o desempenho de diversos programas de estabilização de preços; Hayes et al. (1992) que avaliam a tarifação sobre importação e exportação como

um limitador para regularizar os preços domésticos e as consequências da redução nas barreiras comerciais; também Smith (1997) discute os conflitos entre a liberação do livre comércio, os custos do governo e o impacto sobre a segurança alimentar; Dawe (2001) avalia os impactos das políticas de estabilização de preços de arroz na Ásia; Byerlee et al. (2006) analisam as fontes e magnitudes de instabilidade dos preços dos alimentos em diferentes contextos, bem como os custos econômicos e sociais decorrentes; Myers (2006) verifica os efeitos do crescimento e da segurança alimentar sobre os custos resultantes de flutuações de preços dos alimentos; Poulton et al. (2006) discutem a conveniência e opções para a estabilização dos preços dos alimentos básicos, principalmente no leste e sul da África; enquanto Sartorio (2006) analisa a experiência com as reformas políticas no setor do milho no México. Esses estudos, de modo geral, verificam que as respostas políticas para a instabilidade de preços e as reformas do mercado de alimentos avaliadas indicam que muitas abordagens de intervenção direta são caras e conflitantes com a transição de longo prazo para um sistema baseado no mercado.

## 2.2 MODELOS PARA ESTABILIZAÇÃO DE PREÇOS

Nesta seção apresentam-se os modelos de estabilização baseados na estrutura de redes e outros modelos, utilizados para discussão de estratégias de intervenção pública no mercado de commodities.

### 2.2.1 Modelos baseados em redes

Os modelos de rede são amplamente utilizados por empresas, indústrias, bem como por governos (Ravindra et al. (1993), Nagurney e Siokos (1997), Nagurney (1999, 2000), e as referências aí contidas). Em especial no caso de problemas que envolvem a estabilização de preços de commodities, o comércio internacional é regulado com controle das operações de importação e exportação, caracterizando uma rede de mercados espacialmente distribuídos. Quando a componente de armazenamento é agregada à rede, tem-se um modelo de equilíbrio temporal pois parte da produção de um período pode ser armazenada para ser comercializada em outros períodos.

O estudo formal das redes, que consiste em nós, arcos e fluxos, envolve a modelagem matemática da estrutura, bem como o desenvolvimento de algoritmos eficazes para resolver os modelos resultantes. A

estrutura espacial e temporal das redes que permitem obter os modelos matemáticos é discutida na sequência.

### 2.2.1.1 Equilíbrio espacial

O primeiro registro de equilíbrio em mercados competitivos onde os preços são determinados pela intersecção das funções de oferta e demanda foi apresentado por Cournot e Fisher (1838, apud SAMUELSON, 1952) em um problema que considera dois mercados espacialmente distribuídos.

Mais de um século depois, Enke (1951) generalizou o problema dos mercados espacialmente distribuídos para além do caso em que apenas duas regiões são consideradas. Determinou o preço e as quantidades de equilíbrio para uma commodity que é produzida, comercializada e consumida, na presença de custos de transporte constantes e considerando as funções de oferta e demanda lineares. Utilizou circuitos eletrônicos como um meio de resolver esses problemas de equilíbrio de preços, porém, logo substituídos por computadores digitais e algoritmos apropriados.

A partir da formulação de Enke, Samuelson (1952) revisou o problema de equilíbrio espacial de preços e, com o devido rigor matemático, mostrou como um problema de economia pode ser convertido em um problema de otimização, utilizando programação linear e a estrutura de rede. Esse trabalho, posteriormente, foi ampliado por Takayama e Judge (1964, 1971) ao mostrarem que os preços e os fluxos de mercadorias que satisfaçam as condições espaciais de equilíbrio de preços poderiam ser determinados através da resolução de um problema de programação quadrática. Além disso, também apresentaram uma dupla formulação do problema em que os preços, ao invés dos fluxos, são variáveis de decisão. Inicialmente, as funções de preço da oferta e da demanda são fornecidas e dependem, respectivamente, das quantidades produzidas e consumidas, enquanto que em outra formulação as funções de oferta e demanda dependem dos preços nas regiões produtoras e consumidoras, respectivamente.

Na continuidade dos trabalhos de Samuelson e de Takayama e Judge, cujos modelos são considerados a estrutura básica para uma variedade de aplicações que tratam de equilíbrio de mercados, novas formulações para o problema de equilíbrio espacial foram propostas por MacKinnon (1975), Asmuth et al. (1979) e por Pang e Lee (1981).

Outro trabalho importante é o de Harker (1984) que é essenci-

almente um resumo de sua dissertação (HARKER, 1983), onde o conceito de equilíbrio espacial de preços é generalizado considerando-se as questões referentes ao impacto que mudanças na componente do sistema de transporte de mercadorias geram sobre todo o sistema, em especial qual a sua interferência sobre os preços das commodities.

Uma abordagem por meio de inequações variacionais foi apresentada por Dafermos e Nagurney (1984) e, em novo trabalho em Dafermos e Nagurney (1985), os mesmos autores, estabeleceram a equivalência do problema de equilíbrio espacial de preços com o de equilíbrio da rede de transporte. Na sequência diversos trabalhos que investigam o equilíbrio em redes e o desenvolvimento de algoritmos para resolver problemas de equilíbrio espacial de preços foram apresentados, dentre eles, podemos citar Friesz et al. (1984), Nagurney (1987), Takayama e MacAulay (1989), Dafermos e Nagurney (1989), Nagurney e Kim (1989), Güder et al. (1992).

Em todos estes trabalhos, as formulações para problemas de equilíbrio espacial utilizam como parâmetro as condições de equilíbrio apresentadas por Samuelson (1952) e por Takayama e Judge (1971), em que o preço no mercado consumidor é igual ao custo marginal de produção mais o custo de transporte, se houver fluxo entre o par produtor e consumidor; caso contrário, o fluxo é nulo. Resumidamente Nagurney (1999), apresenta matematicamente essa condição, em uma das formulações discutidas, assumindo que o custo marginal de produção  $\pi_i = \pi_i(s_i)$ , depende da quantidade produzida ( $s_i$ ) no nó produtor  $i$ , do mesmo modo que o preço unitário pago pelo mercado consumidor  $j$ , dado por  $p_j = p_j(d_j)$ , depende da quantidade consumida ( $d_j$ ) e o custo marginal de transporte  $c_{ij} = c_{ij}(q_{ij})$  depende do fluxo ( $q_{ij}$ ) entre cada par consumidor-produtor; dada por:

$$\pi_i(s_i) + c_{ij}(q_{ij}) \begin{cases} = p_j(d_j) & \text{se } q_{ij} > 0 \\ \geq p_j(d_j) & \text{se } q_{ij} = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Os modelos de equilíbrio espacial foram utilizados por diversos autores para estudar o fluxo e o preço no mercado de certos produtos. Dentre eles podemos citar Labys e Yang (1991) ao modelar o mercado de minerais e energia; Bishop et al. (1994) avaliaram um modelo para o mercado de leite; Waquil (1997) examinou as trocas agrícolas no âmbito do Mercosul; Kawaguchi et al. (1997) estudaram o comércio de leite, no Japão; Dennis (1999) avaliou o transporte de carvão nos EUA; Chen et al. (2002) estudaram o comércio de arroz entre diversos países,

analisando os resultados obtidos quando o acordo de livre comércio é respeitado; Fuller et al. (2003) avaliaram a liberalização do comércio de arroz entre o México e os EUA; e, por fim, Cruz et al. (2010) analisaram o mercado de soja no Brasil, com a utilização de multimodais de transporte.

Encontra-se no trabalho de Nagurney (1999, p.115 e p.124) um modelo de equilíbrio que discute a política de intervenção no mercado de commodities, em ambas as formulações (quantidade e preço). A primeira, supondo que as funções de demanda e de oferta são conhecidas fazendo um controle no preço; a segunda formulação com controle nos preços e restrições no fluxo. A autora iniciou com uma formulação mais simples considerando  $m$  mercados de oferta e  $n$  mercados de demanda envolvendo produção e consumo de uma commodity, derivando uma formulação em inequações variacionais para as condições de equilíbrio. Na sequência, a autora generaliza o modelo para multicommodity introduzindo custos, preços, fluxos, oferta e demanda para cada commodity. Neste trabalho faz-se o uso de um preço fixo mínimo, favorecendo os produtores e um preço fixo máximo tendo em conta o consumidor.

Derivados dos problemas de equilíbrio espacial têm-se os problemas que discutem equilíbrio temporal, conforme segue.

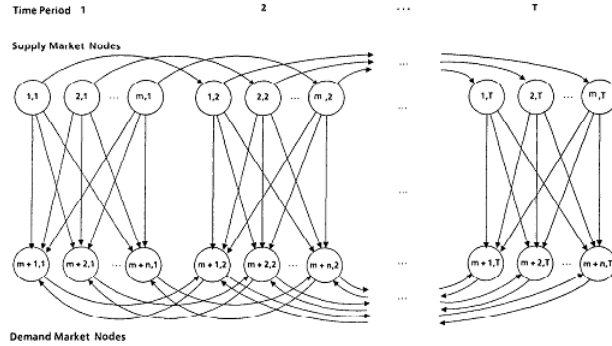
#### 2.2.1.2 Equilíbrio temporal

Ampliando a discussão de equilíbrio espacial tem-se os casos em que os fluxos são deslocados temporalmente pela utilização de estoques, onde produtos são armazenados em determinados períodos para serem comercializados em outros.

Os primeiros trabalhos que consideraram equilíbrio temporal foram apresentados por Takayama e Uri (1983) e Takayama et al. (1984), utilizando funções de oferta e demanda lineares. Nagurney e Aronson (1988) apresentam um modelo que considera armazenamento tanto por parte dos produtores, quanto pelos consumidores, por meio da estrutura de rede (Figura 1), onde também tratam o caso de produtos perecíveis que limitam o tempo de estocagem. O modelo é então ampliado por Nagurney (1989), para o caso que inclui multicomodities. Os problemas que envolvem tanto equilíbrio espacial quanto temporal são denominados, por Nagurney, como modelo de equilíbrio dinâmico, enquanto que os que envolvem apenas equilíbrio espacial são denominados de modelos estáticos.



Figura 1: Estrutura de rede para equilíbrio espacial e temporal.



Fonte: Nagurney e Aronson (1988).

Exemplos adicionais de equilíbrio temporal são apresentados por Nagurney e Kim (1989, 1990, 1991), onde um algoritmo é utilizado para decompor o problema de  $t$  períodos em  $t + 1$  subproblemas resolvidos paralela e simultaneamente em processadores distintos.

Nesses modelos de equilíbrio espacial e temporal, quando a rede é modificada com a adição de arcos abstratos e/ou nós (origem, destino) abstratos, tem-se estruturada uma super-rede. Por exemplo, na rede de transportes, além dos arcos clássicos que ligam um nó de origem até o destino, poderia-se agregar arcos artificiais que definem os modais de transporte ou rotas alternativas (NAGURNEY; WAKOLBINGER, 2005).

Alguns exemplos de tais formulações de super-rede na literatura são:

- cadeias de fornecimento em que os fabricantes, varejistas e consumidores localizados em diferentes níveis da rede (NAGURNEY et al., 2002);
- múltiplos critérios de otimização de redes de abastecimento, incluindo considerações ambientais (NAGURNEY; TOYASAKI, 2003);
- dinâmica de uma rede de abastecimento global, com risco e incerteza com diferentes tempos de resposta (NAGURNEY; MATSYPURA, 2005);
- conjugação de operações físicas e eletrônicas que permitem tanto o risco do lado da oferta quanto da demanda (NAGURNEY et al., 2005);

- integração da logística reversa para a reciclagem de lixo eletrônico na cadeia de abastecimento em um modelo de equilíbrio multicamadas (NAGURNEY; TOYASAKI, 2005);
- incorporação de redes de transporte e da cadeia de suprimentos em um quadro de super-rede permitindo uma nova interpretação do equilíbrio (NAGURNEY, 2006);
- produto homogêneo que flui para múltiplos mercados onde atuam agentes de produção e armazenamento em um sistema de oligopólio (NAGURNEY, 2010);
- modelo de rede capacitada multi-período com três tipos de tomadores de decisão, nomeadamente produtores, varejistas e consumidores (HAMDOUCH, 2011);
- formulação de super-rede multiperíodo que permite a incorporação de atrasos de transporte, produtos perecíveis e outros parâmetros específicos da cadeia de abastecimento (LIU; NAGURNEY, 2012).

A estrutura de rede pode ser utilizada para modelar o problema da estabilização de preços nos casos de livre comércio e de estoques reguladores, enquanto que o caso de banda de preços pode ser analisado com a adição de nós e arcos artificiais, caracterizando uma super-rede. Outros modelos também são utilizados para estruturar o problema, conforme segue.

### 2.2.2 Outros modelos

Labys (1980) faz um *review* dos estudos realizados no campo de modelos de estabilização de preços, relatando que os primeiros traços foram realizados por Waugh (1944 apud LABYS, 1980) e em sua análise verifica-se que a estratégia de estoques reguladores é predominante nos modelos de estabilização de preço.

Neste estudo define-se estabilização de preços como controle completo ou de fixação de preços a partir do valor médio e como estabilização de preços parcial, caracterizada por aqueles modelos que envolvem o controle dos preços dentro de uma faixa de valores. E ainda, categoriza em 4 tipos de modelos estudados até então: (1) modelos com apenas uma commodity; (2) modelos com multicommodities; (3) modelos com uma única commodity e região; (4) modelos multicommodities e multirregiões.

Este *review* destaca que foi Goreux (1979 apud LABYS, 1980), que através de simulação computacional, incluiu em suas análises os custos de estocagem e operação. E ainda, que foi no trabalho de Dalton (1976 apud LABYS, 1980), que se pode examinar o *trade off* entre o grau de estabilização e a capacidade de armazenagem dos estoques reguladores, avaliando as implicações financeiras para o governo. Na Tabela 3 destacam-se algumas características dos trabalhos examinados por Labys<sup>1</sup>.

Tabela 3: Características dos estudos realizados até 1980.

<b>Autores</b>	<b>Ano</b>	<b>Estudo realizado</b>	<b>Otimização/ Simulação</b>
Bigmann; Reutlinger	1977	Empírico: grãos	Não/Sim
Brook et al.	1977	Empírico: diversos produtos agrícolas	Não/Não
Brown	1975	Teórico	Não/Sim
Duloy	1965	Empírico: lã	Não/Sim
Gardner	1978	Empírico: trigo	Sim/Sim
Glismann; Stecher	1978	Teórico	Não/Não
Goureux	1978	Teórico	Sim/Sim
Hueth; Schmitz	1971	Teórico	Não/Não
Maizels	1978	Teórico	Não/Não
Mo	1976	Teórico	Sim/Não
Newberry; Stiglitz	1977	Empírico: diversos produtos agrícolas	Não/Sim
Nagurney	1978	Teórico	Não/Não
Sarris; Taylor	1978	Empírico: trigo e grãos para ração	Não/Sim
Subotnik; Houck	1978	Empírico: agricultura	Não/Não
Turnovsky	1978	Teórico	Não/Não

Fonte: Labys (1980)

A intervenção pública por meio de estoques reguladores é avaliada por Edwards e Hallwood (1980) com a finalidade de determinar o tamanho dos estoques que permitem regularizar preços, utilizando como critério de desempenho o gasto total com armazenagem.

Partindo da hipótese de que o governo tem como objetivo único a estabilização de preços, Newbery e Stiglitz (1981) desenvolvem um estudo que analisa as implicações da política de faixa de preços para a estabilização, avaliando as consequências sobre a receita do produtor, os

<sup>1</sup>Entende-se por empíricos aqueles modelos que tentam empregar dados do mundo real em seus parâmetros, referindo-se a uma commodity em particular.

custos para o consumidor, bem como o custo fiscal associado ao governo. Uma das principais questões abordadas neste estudo é a relação entre a amplitude das bandas, a variabilidade de preços e os custos do governo com o armazenamento.

Nos trabalhos mais recentes destaca-se Jha e Srinivasan (1997) que desenvolveram um modelo de simulação dinâmica para comparar os resultados de armazenagem privada e pública sobre a estabilização de preços. Os agentes privados visam o lucro na operação de armazenamento enquanto o governo tem como interesse manter preços dentro de uma faixa de valores estabelecidos, podendo ocorrer custos aos cofres públicos para manutenção dessa política. Consideram a capacidade de armazenagem do governo finita, podendo exportar produtos quando o espaço de estocagem é esgotado, assim como adota-se importação de produtos quando o estoque não é suficiente para sustentar o preço teto. Os resultados indicam que a manutenção de bandas de preço inferiores exige elevadas quantidades de produtos armazenados e que quanto mais distantes estiverem os valores dos preços máximo e mínimo, maior a variabilidade de preços.

Em outro trabalho Jha e Srinivasan (1999) analisam o custo-benefício de várias opções para a estabilização dos preços, especialmente aquelas que não necessitam de armazenamento físico pelo governo. Compararam a utilização de estoques públicos, que operam com uma política de manter os preços dentro de uma banda, com as alternativas de importação e exportação controladas por agências do governo, tributos variáveis sobre o comércio externo realizado por agentes privados e subsídio para a armazenagem privada, em um cenário de multi-mercado. Em cada um destes cenários alternativos foram avaliados os impactos nos custos do governo e do bem-estar do produtor e do consumidor. Para analisar os resultados, duas medidas de desempenho foram consideradas: redução na variabilidade do preço alcançado por unidade de custo do governo e ganho no produtor mais o excedente do consumidor por unidade de custo do governo. As conclusões indicam que a estratégia de manutenção de estoques públicos é a opção menos eficaz no controle de uma banda de preços, devido às restrições de capacidade. Quando as importações e exportações são controladas pelo governo, subsidiar a armazenagem privada é um meio eficaz na redução da variabilidade nos preços. No entanto, no caso de livre comércio, a implementação de impostos variáveis acaba sendo um mecanismo atraente para estabilizar os preços.

Em seu trabalho seguinte, Jha e Srinivasan (2001) relatam que,

desde a Segunda Guerra Mundial, o governo indiano foi dependendo de estoques reguladores para proteger os consumidores de altos preços dos alimentos e proporcionar apoio aos preços para os agricultores durante o ano de colheita. O armazenamento físico dos grãos, no entanto, resultou em uma pressão fiscal devido ao desperdício e ineficiências na manipulação e distribuição feita pelos órgãos públicos. Mecanismos alternativos foram usados com a liberação do comércio externo, tais como taxas variáveis no comércio, o que poderia ter um impacto adverso a longo prazo, aumentando os custos públicos de estabilização de preços internos. Os autores propõem um modelo de simulação dinâmica estocástica em um quadro de equilíbrio multi-mercado, concentrado nos principais grãos alimentícios, arroz e trigo, com o objetivo de examinar a eficácia dos estoques em estabilizar os preços na Índia, num cenário de liberalização do comércio externo. Analisaram as implicações da liberação do comércio obtidas na ausência de intervenção do governo por meio de uma comparação com os resultados em que há controle das importações e exportações. Em seguida, a relação custo-eficácia de alcançar maior estabilidade de preços através de estoques de alimentos é comparada com a alternativa de impor taxas sobre o comércio, num cenário de liberação de importações e exportações. O armazenamento do governo é restrito a limitações na capacidade de estocagem e as estratégias utilizadas são direcionadas a uma política de preços de banda, estabelecendo limites de preços máximo e mínimo. Assim, pode não ser possível manter os preços dentro da faixa estabelecida sempre que as restrições de armazenamento tornam-se obrigatórias. Outras políticas de intervenção do governo são subsidiar o comércio e a aplicação de impostos, sem restrições e, portanto, nessas condições os preços são sempre mantidos dentro da faixa especificada. Além do armazenamento público, também é considerada no mercado a armazenagem privada de risco neutro e com expectativas racionais de preços agindo de modo a maximizar o lucro esperado. Quando o comércio externo privado é permitido, o preço de equilíbrio dependerá de preços no mercado mundial, além de condições de mercado interno. Exportações ocorrerão sempre que o preço no mercado interno for menor que o de exportação. Da mesma forma, as importações ocorrerão se o preço de mercado interno for maior que o preço de importação. Se o preço de equilíbrio fica entre os preços de importação e exportação, isso implica que não há comércio. Os resultados descrevem um *trade off* entre a variabilidade de preços e custos de preços públicos de estabilização e indicam que a liberação de comércio externo reduz a variabilidade do preço doméstico.

Em um trabalho que avalia o armazenamento, quando são arbitrados lucros, Makki et al. (2001) apresentam um modelo dinâmico de expectativas racionais do mercado de trigo, que analisa as diferentes respostas do armazenamento, visando a maximização do lucro esperado, e do comércio, frente às incertezas de produção. Os resultados indicam que o aumento da incerteza na produção mundial levaria a um aumento de estoques no mercado doméstico e uma diminuição das exportações. Assim como o país com maior participação de incerteza na produção armazena mais e exporta menos e, ao mesmo tempo, o país com menor participação de incerteza na produção, armazena menos e exporta mais.

Outro trabalho de destaque é de Brennan (2003) que examina a dinâmica de preços do mercado de arroz em Bangladesh através de técnicas de programação dinâmica, para dois períodos. As funções oferta e demanda são lineares e calibradas a partir de dados históricos. São discutidos três modelos de políticas de intervenção: incentivos a estoques privados, estoques reguladores e liberação de comércio, incluindo na análise os efeitos das taxas de juros. O modelo que trata de armazenagem privada com economia fechada e sem intervenção do governo no mercado doméstico se mostra mais eficaz na redução de preços em períodos de excesso de demanda, quando os preços estão mais elevados, do que em períodos de excesso de oferta, quando os preços estão mais baixos. No modelo governamental admite que o governo armazena uma quantidade fixa de emergência nos estoques para liberá-los para o mercado sempre que é necessário manter os preços abaixo de um limite máximo. Assume que esses estoques são repostos o mais rápido possível no período subsequente, sujeito a restrição de que sua atividade de compra não eleve os preços acima do teto. Nesse modelo, além de estoques reguladores existe a presença de estoques privados que são afetados pela política de intervenção: tamanho dos estoques de segurança, preço máximo e nível atual dos estoques. No próximo modelo, com economia aberta, observa-se que o comércio aberto reduz o incentivo para armazenagem, pois a ocorrência de preços baixos, que ocorrem durante as colheitas, é reduzida, ou seja, a exportação compete com o armazenamento, e a ocorrência de preços elevados também é reduzida. Para comparar a intervenção direta do governo ou incentivo a estoques privados considera-se que os custos de armazenagem pública sejam os mesmos custos de incentivo. Assim a diferença no resultado é devida às estratégias de armazenamento usadas pelo regime público e as adotadas pelo privado. O custo físico de armazenamento é bastante

elevado, pois o arroz é armazenado em sacos sob locais próprios ou alugados e, embora estes custos sejam baixos, há um alto risco de perda devido a danos causados por insetos ou deterioração. Assim, apesar do governo gerar um excedente líquido com a venda de arroz a preços elevados (teto) e a reposição ocorrer a preços mais baixos, isso não é suficiente para compensar os altos custos físicos do estoque. Se a motivação da intervenção é de reduzir a probabilidade de preços elevados, a fim de proteger os consumidores pobres, então esquemas de preço teto têm um impacto maior do que subsidiar a participação do estoque privado. Porém, dificuldades práticas de funcionamento de sistemas de armazenagem pública são destacadas, dentre elas: a ineficiência de armazenamento público em manter os objetivos de preços e o elevado custo fiscal de tais sistemas.

Um modelo, baseado em teoria do caos, que tem por objetivo desvendar os efeitos potenciais de limitadores de preço foi realizado por He e Westerhoff (2005), onde considera-se um mercado de commodities com intervenção governamental e cujo parâmetro de avaliação é a flutuação dos preços. Os resultados do modelo são avaliados por simulação numérica, que mostram que se o governo garante um preço mínimo, para apoiar os produtores, a volatilidade diminui e o preço médio também é reduzido. A determinação de limite de preço máximo, para proteger os consumidores de preços excessivos, também produz uma queda na variabilidade dos preços. No entanto, o preço médio pago pelos consumidores é maior. O modelo também verifica o comportamento de especuladores no mercado de commodities, visto que muitos produtos são comercializados em bolsas de valores. Ao comparar a dinâmica com e sem limitador de preço constata-se que, ao impor certos limitadores de preços, o governo pode efetivamente limitar fortes reações dos especuladores e estabilizar o preço de mercado. No entanto, alertam que essa política pode levar a custos substanciais para o governo. Por exemplo, para evitar que o preço caia abaixo (acima), de um preço mínimo (máximo), o governo tem que permanentemente comprar (vender) uma fração do fornecido (armazenado). Os especuladores podem descobrir e responder a limitadores de preço fixo. Para evitar oportunidades de arbitragem o governo pode, assim, usar limitadores de preços mais flexíveis.

Num sentido mais restrito de avaliar a intervenção governamental, Athanasiou et al. (2008) tratam de um modelo *cobweb* não linear que descreve a intervenção do governo na estabilização de preços através de estoques reguladores, determinando a capacidade e os custos de ar-

mazenamento, onde considera-se que a taxa de juros é zero e que não há perdas de inventário. Os preços são determinados de modo que o governo usa a média do fornecimento como um *proxy* observável para o nível de equilíbrio. A solução para o problema é descrita por uma regra que atualiza as informações de cada período, com base na informação disponível no período anterior. A oferta depende das expectativas dos produtores sobre o preço do período seguinte e os preços de mercado são movidos por essas expectativas. O principal resultado deste trabalho é o de calcular o custo de armazenagem necessário para uma política de estabilização bem sucedida, por meio de estoques, onde observa-se um *trade off* entre a eficiência da política de estabilização de preços e do custo de armazenamento.

Também utilizando o modelo *cobweb*, Sutopo et al. (2008) avaliam a quantidade a ser estocada pelo governo com finalidade de regularizar preços de mercado dentro de uma limitação de preços mínimo e máximo, utilizando como critério de decisão a menor perda financeira para o produtor, consumidor e estoque governamental, incluindo restrições de capacidade de armazenamento.

Num modelo empírico, Swaray (2011) avalia a decisão da Organização Internacional do Cacau em comprar o excesso da produção do mercado a um preço mínimo para armazená-la e voltar a vendê-la, em períodos de baixa oferta, a um preço teto. O modelo utiliza funções lineares para a oferta e demanda parametrizadas por um histórico anual de 1980 até 2008. Os resultados mostram que os preços no produtor de cacau foram mais estáveis durante os períodos de intervenção com estoque regulador, do que após o fim do uso de estoques. Porém, destaca que o custo de manter um esquema de estoque regulador (doméstico ou internacional) em tempos de declínio persistente dos preços das matérias-primas é muito superior aos benefícios da própria ação.

Um amplo trabalho é apresentado por Gouel (2013) tratando de um modelo de equilíbrio parcial que discute políticas de intervenção do governo para a estabilização de preços em uma economia fechada, onde os choques de produtividade doméstica são a única fonte da instabilidade. São considerados um armazenador competitivo, um produtor e um mercado consumidor avesso ao risco. Os instrumentos de estabilização de preços adotados pelo governo são o subsídio à produção e à armazenagem pública. Considera-se que o custo de armazenagem pública é semelhante ao lucro de armazenagem privada, ou seja, é igual à diferença entre a compra mais os custos de armazenamento de novas ações e as receitas resultantes da venda de ações anteriores. Os



parâmetros da política de estabilização são determinados pela maximização de uma função de bem-estar social que agrega utilidade do consumidor, os excedentes de outros agentes, o custo fiscal e tem como objetivo o comportamento de preços dentro de um alvo.

A Tabela 4 destaca as características de alguns dos trabalhos mencionados nesta revisão, elencando os agentes considerados no modelo de mercado; características do estoque regulador, quando houver; modelos de economia; limitações nos valores almejados para a estabilização de preços e modelo utilizado.

Tabela 4: Características de alguns trabalhos.

Referência	Modelo	Economia	Características estoque	do	Limitação preços	de
Jha e Srinivasan (1997, 1999, 2001)	Simulação dinâmica	Aberta e fechada	Operador público – capacidade	custo e	Bandas	
Makki, Tweeten e Miranda (2001)	Programação dinâmica	Aberta	Operador privado – pelo lucro	arbitra	----	
Brennan (2003)	Programação dinâmica	Aberta e fechada	Operador público – capacidade Operador privado – pelo lucro	custo e arbitra	Preço máximo	
He e Westerhoff (2005)	Teoria do caos	Fechada	Operador público – custos	custos	Bandas	
Athanasiou, Karafyllis, Kotsios (2008)	<i>Cobweb</i> não linear	Fechada	Operador público – custos	custos	Manter a oferta em média	
Sutopo (2008)	<i>Cobweb</i>	Aberta	Operador público		Bandas de preço	
Gouel (2013)	<i>Cobweb</i> não linear	Fechada	Operador público – custo Operador privado – pelo lucro	custo arbitra	Preço alvo	

Fonte: Elaborado pela autora.

## 2.3 CONTRIBUIÇÃO DA REVISÃO DA LITERATURA

A importância estratégica da estabilização de preços de commodities tem motivado o uso de políticas por todo o mundo. A intervenção dos governos na produção e comercialização ocorre por meio de taxações ao mercado doméstico e/ou internacional, manutenção de estoques, subsídios diretos ou concessão de crédito.

Segundo Souza Filho e Buainain (2011), em especial no caso de commodities resultantes de atividades agrícolas, as políticas de intervenção se justificam por proporcionar renda a um grande número de famílias, além de assegurar o desenvolvimento econômico do setor e, por outro lado, os preços desses produtos determinam fortemente as condições de vida da população mais pobre.

Os modelos presentes na literatura tratam da discussão de preços de referência, seja com preços máximos aos consumidores, preços mínimos aos produtores ou mesmo bandas de preços e são discutidos no contexto de redes para o equilíbrio espacial e temporal e por meio de outros modelos. O que permeia muitos destes estudos é o custo fiscal dessas políticas de intervenção, visto que a manutenção de preços provoca distorções no mercado que devem ser absorvidas com estratégias de importação, exportação ou estoques reguladores.

Um *trade-off* é observado entre os custos para o governo e a eficiência da política adotada. Se por um lado um nível de produção excessivo custa um valor substancial aos cofres públicos e pode deixar produtores acomodados, inibindo o investimento na redução de custos e melhoria da qualidade produtiva, por outro lado, um nível de produção demasiadamente baixo pode causar redução de renda ou mesmo excluir do mercado parte dos produtores, o que implica em aumentar as importações para abastecer o mercado. Analogamente, proteção aos consumidores em excesso pode incentivar o consumo e causar aumento na quantidade importada necessária para abastecer o mercado, enquanto que proteção reduzida deixa parte dos consumidores sob risco de fome. Em longo prazo, a atuação com bandas de preço pode fazer com que a oferta não seja motivada pela demanda do mercado consumidor, mas pelas ações de compra do governo, conforme corrobora Souza Filho e Buainain (2011):

Atualmente, o dilema dos países desenvolvidos não é mais o de assegurar preços altos aos produtores e baixos aos consumidores. O novo dilema é como reduzir os excedentes de produção

e manter, ao mesmo tempo, as rendas agrícolas em um nível suficientemente alto para não provocar o descontentamento dos produtores. [...] os produtores respondiam não apenas aos sinais vindos no mercado, mas também ao montante de pagamento que iriam receber ao escolher essa ou aquela atividade agropecuária. (p.64)

Porém o livre comércio em âmbito doméstico, sem qualquer intervenção governamental, não é eficiente para regular a volatilidade de preços decorrente da variação da produção entre os períodos de safra e entressafra, dado que preços artificiais decorrentes de ações protecionistas de alguns países alteram as condições da economia internacional. Dessa forma, neste trabalho, propõem-se a avaliação de uma política em que o governo atue com estoques reguladores, repassando à sociedade todos os custos de aquisição e operacionalização, deixando a oferta e demanda sinalizadas para que o mercado atue em condições de equilíbrio.

Do ponto de vista científico, em relação aos modelos apresentados nos artigos analisados, a contribuição se dá pela modelagem de uma super-rede que agrega múltiplos agentes consumidores, produtores e armazenadores, em mercados abertos e fechados, com distribuição espacial e temporal, podendo agregar restrições adicionais que descrevam condições específicas do mercado.

### 3 PROBLEMA DE ESTABILIZAÇÃO DE PREÇOS

Este trabalho está situado no contexto do problema de estabilização de preços e visa avaliar as políticas de intervenção dos governos sobre o mercado de commodities. Em especial, contribui ao propor um modelo de equilíbrio espacial e temporal que compara e contrasta mecanismos de estabilização de preços utilizando estoques reguladores, comércio e bandas de preços e/ou alguma combinação destes instrumentos. Para tanto, uma estrutura de super-rede (NAGURNEY; DONG, 2002) é utilizada para determinar o modelo de equilíbrio, utilizando nós artificiais para agregar a estratégia de bandas de preço.

O modelo de equilíbrio espacial e temporal proposto neste trabalho é uma extensão do modelo de competição perfeita introduzido por Samuelson (1952), mais tarde, detalhado por Takayama e Judge (1971) e expandido por Harker (1986), Greenhut et al. (1987) e Dafermos e Nagurney (1987) para incluir concorrência imperfeita<sup>1</sup>.

Para este problema, três variantes são apresentadas. Inicialmente um modelo geral, onde restrições de estoques reguladores, bandas de preço, importação e exportação são agregadas, para poder avaliar políticas de intervenção do governo, em uma estrutura de super-rede. Os outros modelos são casos particulares do modelo geral, onde a super-rede é modificada para obter as especificações desejadas. No segundo caso, considera-se o governo atuando apenas com estoques reguladores, permitindo que excessos de oferta de um período possam ser armazenados para serem comercializados e consumidos em períodos seguintes, em que a oferta é escassa, contribuindo desta forma para diminuir a variação observada nos preços do mercado. E por fim, o caso do livre comércio é estruturado considerando que toda produção deverá ser consumida no mesmo período em que é ofertada.

As características do problema que permitem determinar o modelo proposto são descritas na sequência.

---

<sup>1</sup>Uma situação de concorrência imperfeita corresponde a uma estrutura de mercado em que se verifica a existência pelo menos um agente com poder suficiente para influenciar o preço de mercado.

### 3.1 CARACTERÍSTICA DOS ELEMENTOS DO PROBLEMA

Considera-se um mercado formado por um conjunto  $M = \{1, \dots, i, \dots, m\}$  de regiões produtoras, um conjunto  $N = \{1, \dots, j, \dots, n\}$  de mercados consumidores e um conjunto  $E = \{1, \dots, k, \dots, p\}$  de agentes armazenadores, espacialmente distribuídos. Cada região produtora pode comercializar sua produção com todos os mercados consumidores. Os armazenadores podem adquirir produtos de todas as regiões produtoras e abastecer a todos os mercados consumidores, em um horizonte de planejamento de  $T = \{1, \dots, t, \dots, \tau\}$  períodos.

Sejam  $q_i^t$ ,  $d_j^t$ ,  $e_k^t$ , respectivamente, as quantidades produzidas pela região produtora  $i$ , demandadas pelo mercado consumidor  $j$  e mantidas pelo armazém  $k$ , no período  $t$ , e ainda, respectivamente,  $x_{ij}^t$ ,  $r_{kj}^t$  e  $b_{ik}^t$  como sendo as quantidades transportadas (fluxos) no período  $t$ , entre a região produtora  $i$  e o mercado consumidor  $j$ ; entre o armazém  $k$  e o mercado consumidor  $j$ ; e, entre a região produtora  $i$  e o armazém  $k$ . Em cada período  $t$ , na região produtora  $i$  o preço é representado por  $\lambda_{1i}^t$ , no mercado consumidor  $j$  por  $\lambda_{2j}^t$  e no armazém  $k$  por  $\lambda_{3k}^t$ . Sejam, para cada período  $t$ :  $S_{it}^{-1}(q_i^t)$ ,  $D_{jt}^{-1}(d_j^t)$ ,  $C_{ij}^t(x_{ij}^t)$ ,  $B_{ik}^t(b_{ik}^t)$  e  $R_{kj}^t(r_{kj}^t)$  funções continuamente diferenciáveis, representando, respectivamente, a curva inversa da oferta (ou custo marginal de produção) da região produtora  $i$ ; a curva inversa de demanda (ou preço ao consumidor) do mercado consumidor  $j$ ; os custos marginais de transporte entre a região produtora  $i$  e o mercado consumidor  $j$ , entre a região produtora  $i$  e o armazém  $k$  e entre o armazém  $k$  e o mercado consumidor  $j$ ; e, finalmente,  $Q_k^t(e_k^t)$  como sendo o custo marginal de estocagem no armazém  $k$  no período  $t$ .

Os preços e quantidades nestes mercados são definidos por um modelo de equilíbrio perfeito (HARKER, 1986), ou seja, em cada local existem muitos produtores individuais, cada qual com uma pequena capacidade de produção, decidindo de modo independente uns dos outros e nenhum dos agentes envolvidos (produtores, consumidores, ou transportadores) tem capacidade suficiente para que suas decisões individuais de compra e venda afetem os preços de mercado.

Os armazenadores oferecem o serviço pelo custo marginal de operação, como se atuassem em regime de competição perfeita. Para tanto, é necessário que um grande número de pequenos armazéns realizassem essa operação e/ou o governo oferecesse o serviço visando apenas a regulação da oferta e da demanda, abrindo mão de sua capacidade de interferir nos preços e de obtenção de ganhos com a operação.

Na sequência é apresentado o comportamento dos agentes de mercado bem como as restrições do problema.

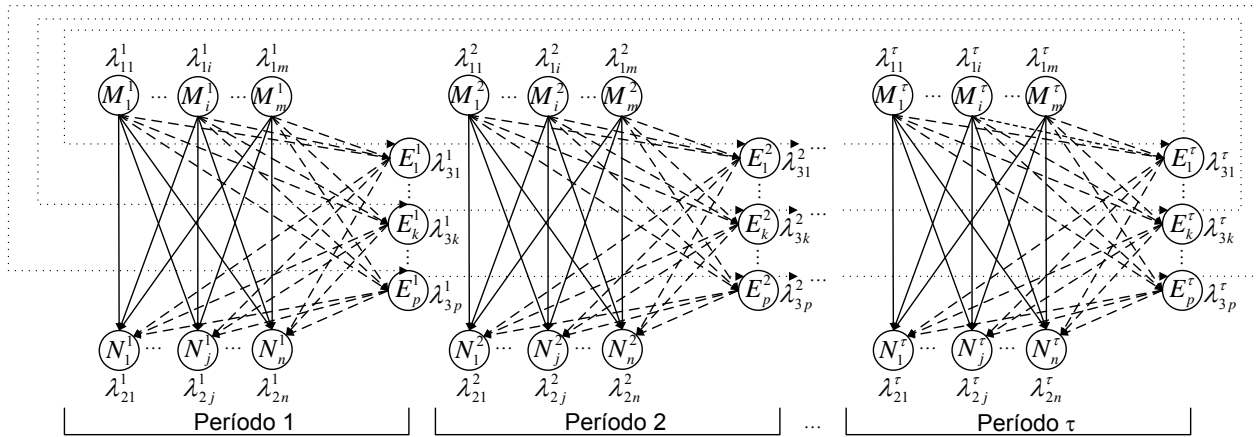
### 3.2 COMPORTAMENTO DOS AGENTES DE MERCADO

A rede considerada neste problema envolve regiões produtoras ( $M_i^t$ ), mercados consumidores ( $N_j^t$ ), e armazéns ( $E_k^t$ ), representados nos nós. A Figura 2 fornece uma descrição da rede em que o elemento de tempo é caracterizado por vários blocos.

Três tipos de arcos conectam esses nós. Arcos de linha contínua representam deslocamento espacial de produtos (realizada por transportadores) entre regiões produtoras e mercados consumidores durante um determinado período  $t$ . Arcos com linha tracejada representam o deslocamento espacial de produtos (também realizado por transportadores) entre regiões produtoras e armazéns e entre armazéns e mercados consumidores durante um determinado período  $t$ . Por último, arcos de linha pontilhada representam deslocamento temporal de produtos, ou seja, o armazenamento em um determinado período  $t$  para um período  $t + 1$ .

O resultado em relação aos fluxos e preços depende do comportamento dos agentes representados na rede, conforme descrito na sequência.

Figura 2: Representação de rede com componentes espaciais e temporais.



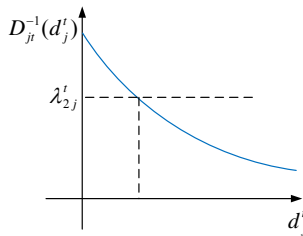
Fonte: Elaborado pela autora.



### 3.2.1 Comportamento dos mercados consumidores

O comportamento dos consumidores depende de diversos fatores como: os desejos e necessidades das pessoas; o poder de compra; a disponibilidade dos serviços - concorrência; existência de produtos complementares ou substitutos; e outros. A contraposição de todos estes fatores e o preço, por parte de um indivíduo, determina a sua ação em relação à compra. No caso de commodities, a agregação de todos estes comportamentos permite estabelecer uma função de demanda, decrescente em relação ao preço (mantidos constantes os outros fatores), ou seja, na medida em que os preços aumentam, menores serão as quantidades que os consumidores estão dispostos a consumir, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3: Função inversa da demanda associada ao mercado  $N_j$  no período  $t$ .



Fonte: Elaborado pela autora.

Na rede (Figura 2) cada nó  $N_j^t$  representa um mercado consumidor  $j$  no período  $t$ . Nesta figura,  $\lambda_{2j}^t$  indica o preço no mercado de commodities naquele local e período. Cada consumidor tem incentivo para comprar a commodity se e somente se sua disposição para comprar, dada pela função inversa da demanda  $D_{jt}^{-1}(d_j^t)$ , não é menor que o preço  $\lambda_{2j}^t$ . Se o preço é maior, há redução do consumo. Esses incentivos deixam de existir quando os preços são iguais à disposição dos consumidores em pagar pela quantidade  $d_j^t$  recebida. Este comportamento do consumidor é representado pela seguinte condição de equilíbrio:

$$\lambda_{2j}^t \begin{cases} = D_{jt}^{-1}(d_j^t) & \text{se } d_j^t > 0 \\ \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t) & \text{se } d_j^t = 0 \end{cases} \quad \forall j, t \quad (3.1)$$

A sensibilidade da demanda em razão da variação dos preços é medida pela elasticidade-preço da demanda ( $\mu_d$ ), que expressa a mudança percentual na quantidade demandada de um produto em resposta a uma variação de um ponto percentual no preço, isto é,

$$\mu_{d_j} = \frac{\frac{\Delta d_j^t}{d_j^t}}{\frac{\Delta D_{jt}^{-1}(d_j^t)}{D_{jt}^{-1}(d_j^t)}} \quad (3.2)$$

Como o coeficiente de elasticidade é adimensional pode-se comparar a elasticidade-preço de diferentes produtos. De acordo com a elasticidade, os produtos são enquadrados na seguinte classificação:

- Demanda elástica: uma pequena mudança nos preços provoca uma grande variação na quantidade consumida, ou seja,  $|\mu_{d_j}| > 1$ ;
- Demanda inelástica: uma mudança significativa nos preços provoca pouca mudança na quantidade consumida, ou seja,  $|\mu_{d_j}| < 1$ .

### 3.2.2 Comportamento das regiões produtoras

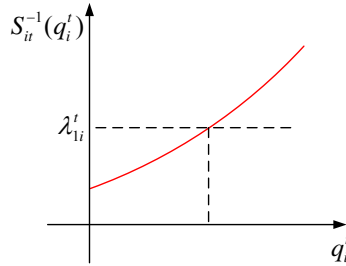
Na rede (Figura 2) cada nó  $M_i^t$  representa uma região produtora no período  $t$ , em que  $\lambda_{1i}^t$  indica o preço no mercado de commodities naquele local e período. Cada produtor tem incentivo para fornecer a commodity se o preço de mercado é maior que o custo marginal de produção, dado pela função inversa da oferta  $S_{it}^{-1}(q_i^t)$ . Quanto maior o preço no mercado, maior o incentivo e maior a quantidade ofertada. Esses incentivos, para aumentar os níveis de produção, deixam de existir quando os preços de mercado e custos marginais de produção na região são iguais. Este comportamento é representado pela seguinte condição de equilíbrio:

$$\lambda_{1i}^t \begin{cases} = S_{it}^{-1}(q_i^t) & \text{se } q_i^t > 0 \\ \leq S_{it}^{-1}(q_i^t) & \text{se } q_i^t = 0 \end{cases} \quad \forall i, t \quad (3.3)$$

Ao contrário da curva de demanda, na oferta os preços se correlacionam positivamente com as quantidades, ou seja, quanto maior

o preço também maior será o incentivo para aumentar a quantidade produzida, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4: Função inversa da oferta associada à região produtora  $M_i$  no período  $t$ .



Fonte: Elaborado pela autora.

A resposta do produtor às variações em preços do produto pode ser medida através da elasticidade-preço da oferta ( $\mu_q$ ), a qual é conceituada de modo análogo à elasticidade preço da demanda. Ou seja, a elasticidade-preço da oferta expressa a mudança percentual na quantidade ofertada de um produto em resposta a uma variação relativa no preço, isto é:

$$\mu_{q_i} = \frac{\frac{\Delta q_i^t}{q_i^t}}{\frac{\Delta S_{it}^{-1}(q_i^t)}{S_{it}^{-1}(q_i^t)}} \quad (3.4)$$

Porém, dada a curva ascendente da oferta, tem-se que o coeficiente  $\mu_{q_i}$  possui valor positivo e a classificação do comportamento dos produtores é dada por:

- Oferta elástica: uma pequena mudança nos preços provoca uma grande variação na quantidade produzida, ou seja,  $\mu_{q_i} > 1$ .
- Oferta inelástica: uma mudança significativa nos preços provoca pouca mudança na quantidade produzida, ou seja,  $\mu_{q_i} < 1$ .

### 3.2.3 Comportamento dos transportadores

Considera-se, neste trabalho, que os agentes de transporte são muito pequenos em relação ao mercado e, portanto, mudanças em suas estratégias individuais não afetam os preços de mercado. Assume-se, portanto, que estes agem de modo perfeitamente concorrencial.

Existem três situações para a transferência espacial de fluxo: cada região produtora  $i$  pode enviar os produtos aos mercados consumidores  $j$ ; cada região produtora  $i$  pode enviar os produtos aos agentes armazenadores  $k$  para estocagem; e, cada agente armazenador  $k$  pode enviar produtos aos mercados consumidores  $j$ .

A transferência de fluxo entre agentes armazenadores não é considerada, pois atribui-se capacidade de estocagem ilimitada aos mesmos. Na Figura 2, denota-se o preço praticado pelo armazém  $k$  no período  $t$  por  $\lambda_{3k}^t$ . Há incentivo para que haja aumento na movimentação de produtos (transporte) sempre que o preço na origem adicionado ao custo marginal de transporte é mais baixo do que o preço no destino. Por outro lado, se esta soma é maior do que o preço no destino o incentivo é o oposto. Para cada uma das três situações de transporte, em cada período  $t$ , as condições de equilíbrio são representadas pelas seguintes expressões:

$$\lambda_{1i}^t + C_{ij}^t(x_{ij}^t) \quad \begin{cases} = \lambda_{2j}^t & \text{se } x_{ij}^t > 0 \\ \geq \lambda_{2j}^t & \text{se } x_{ij}^t = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\lambda_{1i}^t + B_{ik}^t(b_{ik}^t) \quad \begin{cases} = \lambda_{3k}^t & \text{se } b_{ik}^t > 0 \\ \geq \lambda_{3k}^t & \text{se } b_{ik}^t = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\lambda_{3k}^t + R_{kj}^t(r_{kj}^t) \quad \begin{cases} = \lambda_{2j}^t & \text{se } r_{kj}^t > 0 \\ \geq \lambda_{2j}^t & \text{se } r_{kj}^t = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Ou seja, no equilíbrio, somente ocorre transporte se o preço no nó de origem adicionado aos custos de transportes é igual ao preço no nó de destino.

### 3.2.4 Comportamento dos armazenadores

Considera-se que os estoques administrados pelo governo têm o objetivo de regular a oferta ao longo do tempo, sem que haja interesse em auferir lucro na operação, mas tão somente cobrir os custos marginais de operação.

Esta intervenção faz com que, no período de excesso de produção, o excedente seja armazenado, reduzindo a oferta no mercado e fazendo com que os preços praticados se elevem. Por outro lado, no período de escassez o estoque armazenado é utilizado para aumentar a oferta no mercado, reduzindo os preços.

É importante destacar que o papel do governo ao estocar produtos, em períodos de safra para comercializá-los em períodos de entressafra, é equivalente ao comportamento de estocagem sendo realizada individualmente por cada produtor, pois estes também iriam repassar o custo de armazenamento aos mercados consumidores, mantendo o mercado operando em competição perfeita.

Assume-se que a quantidade estocada pelo agente armazenador no período  $t$  pode ser comercializada nos mercados consumidores no período seguinte, ou pode continuar sendo armazenada.

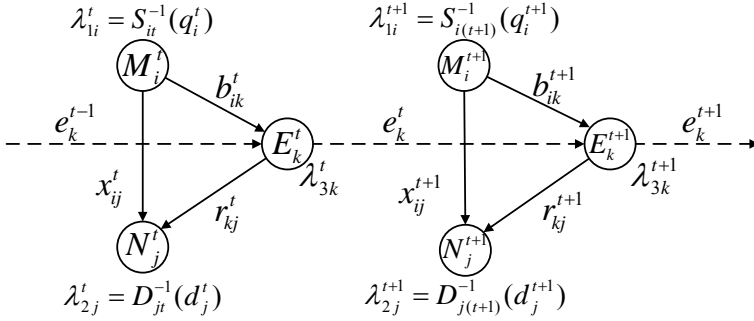
Na condição de equilíbrio, somente há incentivo para armazenagem no período  $t - 1$ , se o preço no estoque no período  $t$  é igual à soma do preço no estoque no período  $t - 1$  e do custo marginal de operação do estoque, conforme descrito pela expressão:

$$\lambda_{3k}^{t-1} + Q_{kt}(e_k^t) \quad \left\{ \begin{array}{ll} = \lambda_{3k}^t & \text{se } e_k^t > 0 \\ \geq \lambda_{3k}^t & \text{se } e_k^t = 0 \end{array} \right. \quad (3.8)$$

### 3.3 RESTRIÇÕES DE CONSERVAÇÃO DE FLUXO

Cada um dos nós representados na Figura 2 deve atender às condições de conservação de fluxo. De modo esquemático, as entradas e saídas de fluxo nos três diferentes tipos de nós são ilustradas na Figura 5.

Figura 5: Representação dos fluxos.



Fonte: Elaborado pela autora.

Observa-se, na Figura 5, que a conservação de fluxo na rede para a quantidade consumida pelo mercado consumidor  $j$  deve satisfazer a seguinte igualdade:

$$d_j^t = \sum_{i=1}^m x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p r_{kj}^t \quad \begin{cases} \forall j = 1, \dots, n \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{cases} \quad (3.9)$$

indicando que, no período  $t$ , a quantidade consumida pelo mercado consumidor  $j$  é igual a soma das quantidades recebidas das regiões produtoras e dos agentes armazenadores.

Do mesmo modo, a conservação de fluxo na rede para a quantidade produzida pela região produtora  $i$  deve satisfazer a seguinte igualdade:

$$q_i^t = \sum_{j=1}^n x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p b_{ik}^t \quad \begin{cases} \forall i = 1, \dots, m \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{cases} \quad (3.10)$$

Essa equação sugere que a quantidade produzida na região produtora  $i$  no período  $t$  é igual a soma das quantidades enviadas para os mercados consumidores e para os agentes armazenadores neste mesmo período.

Enquanto que as equações (3.9) e (3.10) representam a conservação de fluxo espacial, temporalmente a conservação é obtida pela quantidade estocada por cada agente armazenador  $k$ , representada pela

seguinte igualdade:

$$\sum_{i=1}^m b_{ik}^t + e_k^{t-1} - \sum_{j=1}^n r_{kj}^t = e_k^t \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall k = 1, \dots, p \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{array} \right. \quad (3.11)$$

Nessa condição, a quantidade de produtos disponíveis no armazém  $k$  no período  $t$  é resultado da quantidade armazenada no período anterior adicionada às quantidades recebidas das regiões produtoras e deduzida a comercialização com as regiões consumidoras.

### 3.4 RESTRIÇÕES DE BANDAS DE PREÇO

A política de banda de preços consiste em garantir aos produtores um preço limite inferior (preço piso denotado por  $P_{\min}^t$ ) e aos consumidores um preço limite superior (preço teto denotado por  $P_{\max}^t$ ). Se o mercado é considerado aberto, ou seja, livre para importação e exportação, há de se observar que, se o preço mínimo aos produtores for aquele atribuído pela banda, então o governo está comprando o excedente para ser vendido ao mercado externo por um preço menor que o de aquisição, pois se houvesse viabilidade econômica de exportação então o produtor o faria. Analogamente, se o preço máximo pago pelos consumidores for aquele estabelecido pela política de bandas, ocorre que o governo está adquirindo o produto do mercado externo por um preço superior àquele vendido ao mercado interno, pois caso contrário a importação ocorreria naturalmente. Em outras palavras, a manutenção de uma política de faixa de preço implica em custos para o governo que são posteriormente repassados para a sociedade, que paga indiretamente pela sustentação dessa política, na forma de tributação, o que reduz o excedente da sociedade.

Estas operações podem ser representadas pelas seguintes condições:

$$D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t \quad \text{ou} \quad d_j^t \geq D_{jt}(P_{\max}^t) \quad \forall j, t \quad (3.12)$$

$$S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t \quad \text{ou} \quad q_i^t \geq S_{it}(P_{\min}^t) \quad \forall i, t \quad (3.13)$$

Observa-se que o incremento dessas restrições ao modelo, para garantir uma política de banda de preços, evidencia uma solução que seja igual ou pior do que aquela obtida sem essas restrições adicionais, visto que a região factível é limitada pelas mesmas. O uso de faixas de preços resulta em mudanças nas condições de equilíbrio para os produtores, consumidores e transportadores. Para cada nó de produção, o uso de faixas de preços altera as condições de equilíbrio em cada período para:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se} & q_i^t > 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \lambda_{1i}^t = S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t & (i) \\ \lambda_{1i}^t \leq S_{it}^{-1}(q_i^t) = P_{\min}^t & (ii) \end{array} \right. \\ \text{se} & q_i^t = 0 \Rightarrow \lambda_{1i}^t \leq S_{it}^{-1}(q_i^t) \wedge S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t & (iii) \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Em outras palavras, existem três possíveis situações:

- (i) o produtor produz para o mercado, que paga o seu custo marginal de produção, que não é inferior ao preço mínimo ( $P_{\min}^t$ ) garantido pelo governo;
- (ii) a produção é comprada pelo governo com o objetivo de garantir o preço mínimo ( $P_{\min}^t$ );
- (iii) a produção é nula, pois os custos marginais de produção estão acima do preço de mercado e também do preço mínimo garantido pelo governo.

Para cada nó consumidor a utilização de faixas de preços altera as condições de equilíbrio em cada período:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se} & d_j^t > 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \lambda_{2j}^t = D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t & (i) \\ \lambda_{2j}^t \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t) = P_{\max}^t & (ii) \end{array} \right. \\ \text{se} & d_j^t = 0 \Rightarrow \lambda_{2j}^t \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t) \wedge D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t & (iii) \end{array} \right. \quad (3.15)$$

A demanda do consumidor é atendida pelo mercado quando: (i) o preço é menor que máximo ( $P_{\max}^t$ ) e por importações do governo (ii), caso contrário. A demanda é nula (iii) quando o preço que o consumidor está disposto a pagar é menor que o preço de mercado e também menor que o preço máximo garantido pelo governo.

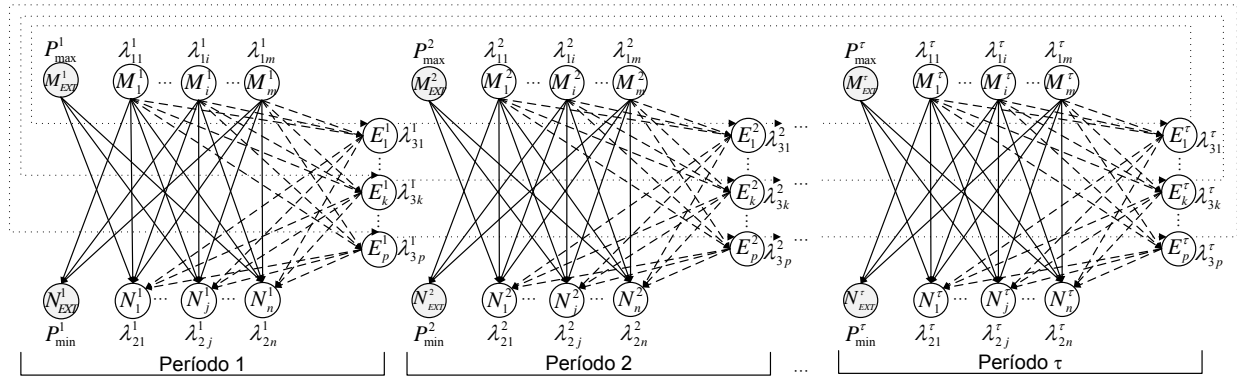
A existência de uma política de bandas de preços pode ser modelada pela adição à rede de um nó produzindo com capacidade ilimitada e cuja função inversa da oferta é igual ao limite máximo de preço, e



um nó consumidor cuja função inversa da demanda é igual ao piso da banda de preço. Ao modelar uma política de faixas de preços, estes nós são conectados à rede com custos de transporte nulos em cada período. Em outras palavras, se em cada período há um produtor com capacidade ilimitada que oferece o produto a um preço  $P_{max}^t$ , sem custos de transporte, então nenhum consumidor vai adquirir produto a partir de outra região com custo maior. Por outro lado, a existência, em cada período, de um nó com a demanda irrestrita disposto a pagar um preço  $P_{min}^t$ , garante que os produtores podem vender todo o volume produzido a esse preço.

A super-rede representada na Figura 6 resulta da adição dos nós artificiais à rede ilustrada na Figura 2. A inclusão desses nós permite que a solução do problema de bandas de preços seja obtida sem inclusão explícita das equações (3.12, 3.13) no modelo.

Figura 6: Configuração da super-rede.



Fonte: Elaborado pela autora.

### 3.5 MODELO GERAL DE ESTABILIZAÇÃO DE PREÇOS

Considerando a situação de múltiplas regiões produtoras, múltiplos mercados consumidores e múltiplos estoques reguladores, distribuídos espacial e temporalmente, o modelo de equilíbrio, que descreve o problema de estabilização de preços estruturado na super-rede representada da Figura 6, tem como função objetivo:

Maximizar

$$Z = \sum_{t=1}^{\tau} \left( \sum_{j=1}^n \int_0^{d_j^t} D_{jt}^{-1}(w) dw - \sum_{i=1}^m \int_0^{q_i^t} S_{it}^{-1}(w) dw - \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p \int_0^{b_{ik}^t} B_{ik}^t(w) dw - \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n \int_0^{r_{kj}^t} R_{kj}^t(w) dw - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \int_0^{x_{ij}^t} C_{ij}^t(w) dw - \sum_{k=1}^p \int_0^{e_k^t} Q_k^t(w) dw \right) \quad (3.16)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p b_{ik}^t = q_i^t \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall i = 1, \dots, m \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{array} \right. \quad (3.17)$$

$$d_j^t = \sum_{i=1}^m x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p r_{kj}^t \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall j = 1, \dots, n \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{array} \right. \quad (3.18)$$

$$\sum_{i=1}^m b_{ik}^t + e_k^{t-1} = e_k^t + \sum_{j=1}^n r_{kj}^t \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall k = 1, \dots, p \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{array} \right. \quad (3.19)$$

$$x_{ij}^t \geq 0 \quad \forall i, j, t \quad (3.20)$$

$$b_{ik}^t \geq 0 \quad \forall i, k, t \quad (3.21)$$

$$r_{kj}^t \geq 0 \quad \forall j, k, t \quad (3.22)$$

$$q_i^t \geq 0 \quad \forall i, t \quad (3.23)$$

$$d_j^t \geq 0 \quad \forall j, t \quad (3.24)$$

$$e_k^t \geq 0 \quad \forall k, t \quad (3.25)$$

A função objetivo (3.16) refere-se a soma dos excedentes de produção, consumo, transporte e armazenamento, cujos detalhes são apresentados no Apêndice C. As restrições (3.17), (3.18) e (3.19) referem-se à conservação de fluxo, apresentadas na seção 3.3, enquanto que as restrições (3.20) - (3.25) representam a condição de não-negatividade das variáveis. As bandas de preços podem ser incluídas através da adição de nós artificiais, como descrito na seção 3.4, sem a inclusão específica de restrições (3.12) e (3.13). É importante ressaltar que esse modelo de equilíbrio espacial e temporal proposto é uma extensão do modelo de competição perfeita introduzido por Samuelson (1952), mais tarde, detalhado por Takayama e Judge (1971) e expandido por Harker (1986).

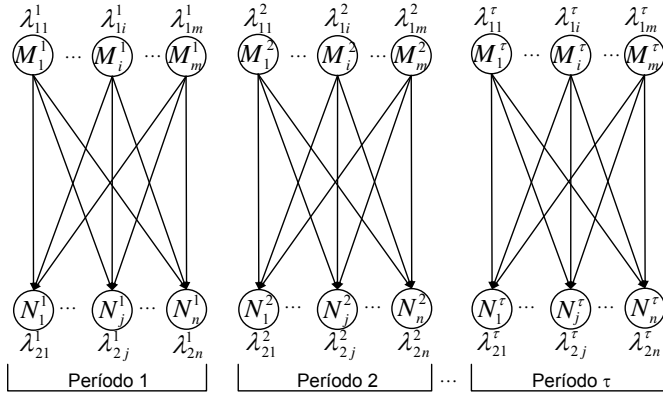
No Apêndice B as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) permitem verificar que a solução ótima satisfaz a todas as condições de equilíbrio de mercado e a todas as restrições do modelo. A condição de equilíbrio (3.3) corresponde à solução do sistema de equações (B.52) para o caso em que  $P_{min}^t$  é igual a 0; a condição (3.1) corresponde à solução do sistema de equações (B.54) para o caso em que  $P_{max}^t \rightarrow +\infty$ . Da mesma forma, condições de equilíbrio (3.5), (3.6), (3.7) e (3.8) correspondem, respectivamente, a resolução dos sistemas de equações (B.56), (B.58), (B.60) e (B.62). Em outras palavras, o equilíbrio ocorre quando, para cada arco com transporte, o preço do produto no nó de destino é igual ao seu preço no nó de origem adicionado a todos os custos de transação do arco. Se o preço do produto na origem, mais os custos de transação do arco é maior que o preço no destino, não haverá transporte ao longo do arco.

### 3.6 CASOS PARTICULARES DO MODELO GERAL

No caso particular em que a intervenção do governo se resume à atuação com estoques reguladores, sem bandas de preço, basta eliminar da super-rede (Figura 6) os nós artificiais, reduzindo o modelo à estrutura de rede (Figura 2) onde as restrições (3.12) e (3.13) são eliminadas.

No caso do livre comércio, onde o governo não realiza intervenções, deve-se eliminar da super-rede (Figura 6) os nós artificiais e os nós referentes aos estoques, conforme ilustrado na Figura 7.

Figura 7: Configuração da rede para o caso do livre comércio.



Fonte: Elaborado pela autora.

Neste caso, os períodos são considerados independentes pois toda oferta disponível deve ser consumida no período em que é produzida. Assim, pode-se tratar o problema isoladamente para cada período  $t$ , conforme descrito no modelo a seguir.

Maximizar

$$Z_t = \sum_{j=1}^n \int_0^{d_j^t} D_{jt}^{-1}(w) dw - \sum_{i=1}^m \int_0^{q_i^t} S_{it}^{-1}(w) dw - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \int_0^{x_{ij}^t} C_{ij}^t(w) dw \quad (3.26)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^t = q_i^t \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (3.27)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij}^t = d_j^t \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (3.28)$$

$$x_{ij}^t \geq 0 \quad \forall i, j \quad (3.29)$$

No capítulo seguinte apresenta-se o método de solução proposto.

## 4 MÉTODO DE SOLUÇÃO

Neste capítulo são apresentadas as condições de convergência do algoritmo e o algoritmo de solução proposto para resolver o modelo geral de estabilização de preços (seção 3.5). Este capítulo é parte do artigo publicado na *Transportation Research Part E* (POSSAMAI et al., 2015).

### 4.1 CONDIÇÕES DE CONVERGÊNCIA

**Proposição 1.** *O conjunto definido pelas restrições (3.9) - (3.11) e pela restrição de não-negatividade é fechado e convexo.*

*Demonstração.* (i) as restrições de não negatividade e as restrições de conservação de fluxo são todas lineares e, portanto, cada conjunto de restrições define um conjunto convexo;

(ii) a intersecção de conjuntos convexos é convexa em si; e

(iii) como cada restrição admite uma igualdade, o conjunto resultante é fechado.  $\square$

**Proposição 2.** *A função  $-Z$ , com  $Z$  definida em (3.16), é convexa.*

*Demonstração.* Considerando que a função  $D_{jt}^{-1}$  é monotonicamente decrescente e que as funções  $S_{it}^{-1}$ ,  $B_{ik}^t$ ,  $R_{kj}^t$ ,  $C_{ij}^t$  e  $Q_k^t$  são todas monótonas crescentes, então as derivadas de segunda ordem de  $-Z$  são

$$\frac{\partial^2(-Z)}{\partial y_a \partial y_b} \begin{cases} \geq 0 & \text{se } y_a = y_b \\ = 0 & \text{se } y_a \neq y_b \end{cases}$$

em que  $y_a$ ,  $y_b$  representam as variáveis  $d_j^t$ ,  $q_i^t$ ,  $x_{ij}^t$ ,  $r_{kj}^t$ ,  $b_{ik}^t$  e  $e_k^t$ . Como resultado, a matriz Hessiana é diagonal e semidefinida positiva, pois possui elementos não-negativos na diagonal e portanto, a função  $-Z$  é convexa.  $\square$

**Proposição 3.** *Existência. Há uma solução global ótima para o modelo definido pela função objetivo (3.16) e as restrições (3.9) - (3.11).*

*Demonstração.* i) O conjunto definido pelas restrições (3.9) - (3.11) não é vazio, porque admite a solução trivial;

ii) A função  $-Z$  é convexa (ver Proposição 2);

iii) Considerando que a função  $D_{jt}^{-1}$  é decrescente e as funções  $S_{it}^{-1}$ ,  $B_{ik}^t$ ,  $R_{kj}^t$ ,  $C_{ij}^t$  e  $Q_k^t$  são todas crescentes, sempre existirá, para um determinado nível de produção, consumo e transporte, uma possível situação em que a contribuição positiva da primeira componente da função objetivo (3.16) é maior do que as contribuições negativas das restantes componentes da função objetivo. Neste ponto há um máximo local.

iv) Das condições i) e ii) implica que o ótimo local obtido em iii) será um ótimo global. □

**Proposição 4.** *Unicidade. Se função  $D_{jt}^{-1}$  é estritamente decrescente e as funções  $S_{it}^{-1}$ ,  $B_{ik}^t$ ,  $R_{kj}^t$ ,  $C_{ij}^t$  e  $Q_k^t$  são todas estritamente crescentes, então o modelo definido pela função objetivo (3.16) e pelas restrições (3.9) - (3.11) tem solução única.*

*Demonstração.* Considerando que a função  $D_{jt}^{-1}$  é estritamente decrescente e as funções  $S_{it}^{-1}$ ,  $B_{ik}^t$ ,  $R_{kj}^t$ ,  $C_{ij}^t$  e  $Q_k^t$  são todas estritamente crescentes, então as derivadas de segunda ordem de  $-Z$  são

$$\frac{\partial^2(-Z)}{\partial y_a \partial y_b} \begin{cases} > 0 & \text{if } y_a = y_b \\ = 0 & \text{if } y_a \neq y_b \end{cases}$$

em que  $y_a$ ,  $y_b$  representam as variáveis  $d_j^t$ ,  $q_i^t$ ,  $x_{ij}^t$ ,  $r_{kj}^t$ ,  $b_{ik}^t$  e  $e_k^t$ . Assim, tem-se como resultado a matriz Hessiana, com elementos positivos na diagonal e a função de  $-Z$  é estritamente convexa. Neste caso  $-Z$  tem um único mínimo global no conjunto de restrições. □

## 4.2 ESTRUTURA GERAL DO ALGORITMO

Seja o problema de programação não linear na forma:

$$\begin{cases} \text{Max } f(x) \\ \text{s.a. } x \in K \end{cases} \quad (4.1)$$

onde  $f(x)$  é continuamente diferenciável e  $K \subseteq \mathbb{R}^n$  é um conjunto convexo fechado.

Para a solução desse problema, Bertsekas (1999, p.223) apresenta o método do gradiente projetado, para o qual diversas estratégias de escolha do tamanho do passo são discutidas. Entre as formas por ele



descritas para a determinação do tamanho do passo ( $\beta_\kappa$ ), encontra-se a estratégia *diminishing stepsize*, a qual foi utilizada para o desenvolvimento do algoritmo empregado na solução do modelo da seção 3.5. Em linhas gerais, seguem os passos que descrevem o algoritmo:

### Algoritmo I (Esquema geral)

- P1.** *Inicialização.* Dada uma sequência  $\beta_\kappa$  decrescente e um ponto inicial  $x^0$ . Faça  $\kappa \leftarrow 0$ .
- P2.** *Melhoria.* Determine  $x^{\kappa+1} \leftarrow P_K[x^\kappa + \beta_\kappa \cdot \nabla f(x^\kappa)]$
- P3.** *Convergência.* Se  $\|x^{\kappa+1} - x^\kappa\| > \varepsilon > 0$ , faça  $\kappa \leftarrow \kappa + 1$  e retorne ao passo P2
- P4.** *Finalização.* Apresente  $x^* \leftarrow x^{\kappa+1}$

A convergência do método do gradiente projetado com *diminishing stepsize* é garantida para o caso de funções convexas pelas seguintes condições (BERTSEKAS, 1999, p.227):

$$\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \beta_\kappa = 0 \quad \text{e} \quad \sum_{\kappa=0}^{\infty} \beta_\kappa = \infty \quad (4.2)$$

Como demonstrado pelas proposições 1, 2, 3 e 4, o modelo formulado na seção 3.5 pode ser concebido como um caso específico do problema (4.1), onde  $f(x)$  refere-se a função objetivo (3.16) do modelo proposto e o conjunto  $K$  refere-se ao conjunto de restrições (3.17) - (3.25). Na sequência, esse conjunto  $K$  que é decomposto nos conjuntos  $\Gamma$  e  $\Omega$  que indicam, respectivamente, as componentes espaciais e temporais do problema. Por consequência, o modelo proposto pode ser resolvido pelo método do gradiente projetado com *diminishing stepsize*, com convergência garantida. Considere a seguinte notação:

$x_{ij}^{t,\kappa}$	fluxo entre o produtor $i$ e o consumidor $j$ , no período $t$ da $\kappa$ -ésima iteração;
$b_{ik}^{t,\kappa}$	fluxo entre o produtor $i$ e o armazém $k$ , no período $t$ da $\kappa$ -ésima iteração;
$\gamma_{kj}^{t,\kappa}$	fluxo entre o armazém $k$ e o consumidor $j$ , no período $t$ da $\kappa$ -ésima iteração;

$e_k^{t,\kappa}$	fluxo no armazém $k$ entre os períodos $t$ e $t + 1$ , na $\kappa$ -ésima iteração;
$F_{ij}^t$	direção de melhoria da função objetivo (3.16) em relação às variáveis de $x_{ij}^t$ ;
$F_{ik}^t$	direção de melhoria da função objetivo (3.16) em relação às variáveis de $b_{ik}^t$ ;
$F_{kj}^t$	direção de melhoria da função objetivo (3.16) em relação às variáveis de $r_{kj}^t$ ;
$F_k^t$	direção de melhoria da função objetivo (3.16) em relação às variáveis de $e_k^t$ ;
$(\mathbf{x}, \mathbf{b}, \mathbf{r})^\kappa = (x_{ij}^{t,\kappa}, b_{ik}^{t,\kappa}, r_{kj}^{t,\kappa})$	vetor de todos os fluxos de transporte entre produtores, consumidores e armazenadores, em todos os períodos da $\kappa$ -ésima iteração;

Com base no método do gradiente projetado com *diminishing stepsize*, agora apresenta-se em detalhes o algoritmo utilizado para resolver o modelo. Pode-se perceber que a etapa de melhoria é aqui dividida nas etapas P2.1 à P2.7, para detalhar como foi realizada, aproveitando a estrutura do modelo proposto.

## Algoritmo II

**P1.** *Inicialização.* Dada uma sequência  $\beta_\kappa$  decrescente, inicie os fluxos  $x_{ij}^{t,0}$ ,  $b_{ik}^{t,0}$ ,  $r_{kj}^{t,0}$  e  $e_k^{t,0}$  com valores positivos; faça  $\kappa \leftarrow 0$ ;

**P2.1.** *Atualização dos fluxos e preços de produtores e consumidores.* Atualizar os fluxos  $q_i^t$  e  $d_j^t$  e preços  $\lambda_{1i}^t$  e  $\lambda_{2j}^t$  usando:

$$q_i^t \leftarrow \sum_j x_{ij}^{t,\kappa} + \sum_k b_{ik}^{t,\kappa} \quad \lambda_{1i}^t \leftarrow S_{it}^{-1}(q_i^t) \quad \forall i, t \quad (4.3)$$

$$d_j^t \leftarrow \sum_i x_{ij}^{t,\kappa} + \sum_k r_{kj}^{t,\kappa} \quad \lambda_{2j}^t \leftarrow D_{jt}^{-1}(d_j^t) \quad \forall j, t \quad (4.4)$$

**P2.2.** *Obtenção de uma direção de melhoria para o equilíbrio espacial.* Calcular a direção de melhoria para o fluxo entre produtores e consumidores através da seguinte expressão:

$$F_{ij}^t \leftarrow \frac{\partial Z(x_{ij}^t, b_{ik}^t, r_{kj}^t, e_k^t)}{\partial x_{ij}^t} = \lambda_{2j}^t - \lambda_{1i}^t - C_{ij}^t(x_{ij}^{t,\kappa}) \quad \forall i, j, t \quad (4.5)$$

**P2.3.** *Passo de melhoria do equilíbrio espacial.* A partir de  $x_{ij}^{t,\kappa}$  na direção  $F_{ij}^t$  faça um movimento de passo  $\beta_\kappa$  e projete o resultado sobre o conjunto  $\Gamma$  de restrições de não negatividade, isto é, faça  $x_{ij}^{t,\kappa+1} \leftarrow \max [0; x_{ij}^{t,\kappa} + \beta_\kappa F_{ij}^t]$ ;

**P2.4.** *Atualização dos fluxos e preços de produtores e consumidores.* Atualizar os fluxos  $q_i^t$  e  $d_j^t$  e preços  $\lambda_{1i}^t$  e  $\lambda_{2j}^t$  usando:

$$q_i^t \leftarrow \sum_j x_{ij}^{t,\kappa+1} + \sum_k b_{ik}^{t,\kappa} \quad \lambda_{1i}^t \leftarrow S_{it}^{-1}(q_i^t) \quad \forall i, t \quad (4.6)$$

$$d_j^t \leftarrow \sum_i x_{ij}^{t,\kappa+1} + \sum_k r_{kj}^{t,\kappa} \quad \lambda_{2j}^t \leftarrow D_{jt}^{-1}(d_j^t) \quad \forall j, t \quad (4.7)$$

**P2.5.** *Atualização dos preços dos armazenadores.* Atualizar o preço dos armazéns, fazendo:

$$\lambda_{3k}^t \leftarrow \frac{\sum_i [\lambda_{1i}^t + B_{ik}^t(b_{ik}^{t,\kappa})] b_{ik}^{t,\kappa} + \sum_j [\lambda_{2j}^t - R_{kj}^t(r_{kj}^{t,\kappa})] r_{kj}^{t,\kappa}}{\sum_i b_{ik}^{t,\kappa} + \sum_j r_{kj}^{t,\kappa}} \quad \forall k, t \quad (4.8)$$

**P2.6.** *Obtenção de uma direção de melhoria para o equilíbrio temporal.* Calcular a direção de melhoria para os fluxos que incidem sobre nós armazenadores através das seguintes expressões:

$$F_{ik}^t \leftarrow \frac{\partial Z(x_{ij}^t, b_{ik}^t, r_{kj}^t, e_k^t)}{\partial b_{ik}^t} = \lambda_{3k}^t - \lambda_{1i}^t - B_{ik}^t(b_{ik}^{t,\kappa}) \quad \forall i, k, t \quad (4.9)$$

$$F_{kj}^t \leftarrow \frac{\partial Z(x_{ij}^t, b_{ik}^t, r_{kj}^t, e_k^t)}{\partial r_{kj}^t} = \lambda_{2j}^t - \lambda_{3k}^t - R_{kj}^t(r_{kj}^{t,\kappa}) \quad \forall k, j, t \quad (4.10)$$

$$F_k^t \leftarrow \frac{\partial Z(x_{ij}^t, b_{ik}^t, r_{kj}^t, e_k^t)}{\partial e_k^t} = \lambda_{3k}^{t+1} - \lambda_{3k}^t - Q_k^t(e_k^{t,\kappa}) \quad \forall k, t \quad (4.11)$$

**P2.7.** *Passo de melhoria do equilíbrio temporal.* A partir de  $b_{ik}^{t,\kappa}$ ,  $r_{kj}^{t,\kappa}$  e  $e_k^{t,\kappa}$  faça um movimento na direção  $F_{ik}^t$ ,  $F_{kj}^t$  e  $F_k^t$  de passo tamanho  $\beta_\kappa$  e projete o resultado sobre o conjunto  $\Omega$  de restrições de conservação de fluxo dos nós de armazenagem e de não negatividade, obtendo  $b_{ik}^{t,\kappa+1}$ ,  $r_{kj}^{t,\kappa+1}$  e  $e_k^{t,\kappa+1}$ , ou seja,

$$(b_{ik}^{t,\kappa+1}, r_{kj}^{t,\kappa+1}, e_k^{t,\kappa+1}) \leftarrow P_\Omega \left[ (b_{ik}^{t,\kappa}, r_{kj}^{t,\kappa}, e_k^{t,\kappa}) + \beta_\kappa (F_{ik}^t, F_{kj}^t, F_k^t) \right] \quad (4.12)$$

**P3.** *Teste de convergência.* Faça  $\kappa \leftarrow \kappa + 1$ ; se

$$\left\| (\mathbf{x}, \mathbf{b}, \mathbf{r})^\kappa - (\mathbf{x}, \mathbf{b}, \mathbf{r})^{\kappa-1} \right\| > \varepsilon,$$

volte ao passo P2;

**P4.** *Finalização.* Execute o passo **P2.1** para atualizar os resultados, e apresente  $x_{ij}^{t,\kappa}$ ,  $b_{ik}^{t,\kappa}$ ,  $r_{jk}^{t,\kappa}$ ,  $e_k^{t,\kappa}$ ,  $q_i^t$ ,  $d_j^t$ ,  $\lambda_{1i}^t$ ,  $\lambda_{2j}^t$  e  $\lambda_{3k}^t$  para todo  $i$ ,  $j$ ,  $k$  e  $t$ .

No algoritmo acima, considerando a existência de fluxo, tem-se que:

- a) A expressão (4.3) deriva da condição de conservação de fluxo representada por (3.10) e da condição de equilíbrio do produtor apresentada na seção 3.3.
- b) A expressão (4.4) deriva da condição de conservação de fluxo representada por (3.9) e da condição de equilíbrio do consumidor apresentada na seção 3.3.
- c) A expressão (4.5) deriva das condições de equilíbrio (3.3), (3.1) e (3.5).
- d) A expressão (4.8) é uma estimativa provisória para o cálculo do preço nos armazéns, calculada como média ponderada dos preços praticados em vértices adjacentes, considerando os custos de transporte envolvidos. Este preço tende a convergir para o valor de equilíbrio na medida em que as iterações são realizadas. É fácil

verificar que, ao fim do processo de busca, existindo fluxo, as condições (3.6) e (3.7) são satisfeitas com igualdade e as expressões (4.9) e (4.10) se anulam, fazendo com que os fluxos atuais não se modifiquem.

- e) A expressão (4.9) deriva das condições de equilíbrio (3.3) e (3.6) e a expressão (4.10) deriva das condições (3.1) e (3.7).
- f) A expressão (4.11) deriva da condição de equilíbrio do armazenador, apresentada na seção 3.2.4.

O passo de melhoria no Algoritmo II é realizado em duas etapas. A primeira, que corresponde as etapas P2.1, P2.2 e P2.3 refere-se à componente espacial, em que a projeção é realizada de uma maneira simples e direta. A segunda etapa corresponde aos passos P2.4, P2.5, P2.6 e P2.7, e refere-se à distribuição temporal, na qual a projeção requer desenvolvimento adicional para ser executada, conforme segue.

#### 4.3 REALIZAÇÃO DO PASSO DE PROJEÇÃO NOS NÓS ARMazenadores

Para fins de cômputo do passo P2.7, considere  $\mathbf{y}_\kappa \leftarrow (b_{ik}^{t,\kappa}, r_{kj}^{t,\kappa}, e_k^{t,\kappa}) + \beta_\kappa (F_{ik}^t, F_{kj}^t, F_k^t) \in \mathbb{R}^n$  e que  $\mathbf{A}$  é uma matriz de dimensão  $m \times n$  com posto  $m$  contendo os coeficientes das restrições de conservação de fluxo sobre os nós de armazenamento dos diversos períodos, como definidos pela igualdade (3.11). Seja  $J = \{j_1, j_2, \dots, j_k\} \subset \{1, 2, \dots, n\}$  o conjunto de arcos cujos fluxos não satisfazem as restrições de não-negatividade na iteração atual. Então a projeção ortogonal  $P_\Omega(\mathbf{y}^\kappa)$  poderá ser obtida pela seguinte expressão (LUENBERGER; YE, 2008, p.368):

$$(\mathbf{x}^{\kappa+1})^T = (\mathbf{y}^\kappa)^T \left[ \mathbf{I} - \mathbf{B}^T (\mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{B} \right] \quad (4.13)$$

onde a matriz  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{e}_J^T \end{bmatrix}$  é a matriz  $\mathbf{A}$  aumentada pelos vetores unitários  $\mathbf{e}_J = \{\mathbf{e}_{j_1}, \mathbf{e}_{j_2}, \dots, \mathbf{e}_{j_k}\}$ , sendo  $\mathbf{e}_{j_k}$  o  $j_k$ -ésimo vetor unitário de  $\mathbb{R}^n$ , alterado devido à violação da restrição de não negatividade da  $j_k$ -ésima variável.

A expressão (4.13), precisa ser aplicada tantas vezes quanto necessário, em cada iteração do algoritmo, até que todos os componentes do vetor projetado satisfaçam a restrição de não negatividade. A cada aplicação desta expressão, a inversa de  $BB^T$  precisa ser recalculada, dada a mudança em  $B$ . Para evitar inversão da matriz completa em cada iteração propõe-se um método recursivo que aproveita o particionamento da matriz  $B$  existente. Considerando-se a partição da matriz  $B$ , é possível obter  $(BB^T)^{-1}$  como segue:

$$(BB^T)^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_J^{-1} & -\mathbf{D}_J^{-1}\mathbf{A}_J \\ -\mathbf{A}_J^T\mathbf{D}_J^{-1} & \mathbf{I} + \mathbf{A}_J^T\mathbf{D}_J^{-1}\mathbf{A}_J \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

onde  $\mathbf{D}_J^{-1} = (\mathbf{A}\mathbf{A}^T - \mathbf{A}_J\mathbf{A}_J^T)^{-1}$  é chamado de bloco central, com a matriz  $\mathbf{A}_J$  sendo formada pelas colunas de  $\mathbf{A}$  com índice  $j \in J$ . É possível demonstrar que  $\mathbf{D}_J^{-1} = (\mathbf{A}_{\bar{J}}\mathbf{A}_{\bar{J}}^T)^{-1}$  sendo  $\bar{J}$  o complemento do conjunto  $J \in \{1, 2, \dots, n\}$  e  $\mathbf{A}_{\bar{J}}$  a matriz contendo as colunas de  $\mathbf{A}$  com índice  $j \in \bar{J}$  (COELHO, 1982).

Considerando a existência das inversas, a atualização do bloco central  $\mathbf{D}_J^{-1}$ , pode ser realizada recursivamente, sempre que uma variável violar a restrição de não negatividade, através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_J^{-1} = \mathbf{D}_{j_1, \dots, j_k}^{-1} &= (\mathbf{D}_{j_1, \dots, j_{k-1}} - \mathbf{a}_{j_k}\mathbf{a}_{j_k}^T)^{-1} = \\ &= \mathbf{D}_{j_1, \dots, j_{k-1}}^{-1} + \mathbf{w}_k\mathbf{w}_k^T \frac{1}{1 - \mathbf{a}_{j_k}^T \mathbf{w}_k} \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde  $\mathbf{w}_k = \mathbf{D}_{j_1, \dots, j_{k-1}}^{-1} \mathbf{a}_{j_k}$ . Desta forma, evita-se a re-inversão do bloco central, reduzindo o esforço computacional.

Em resumo, a inversão completa necessita ser feita apenas uma vez, no início do processo, calculando  $(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}$ . Todas as inversões adicionais são feitas mais eficientemente através da expressão (4.15), que atualiza o bloco central e, através da expressão (4.14) que calcula a inversa. Esses dois processos juntos são computados com mais eficiência do que realizar uma inversão completa.

#### 4.4 PRÓXIMOS PASSOS

O algoritmo foi implementado e sua eficácia, na resolução do modelo proposto, foi avaliada para um caso numérico ilustrativo apresentado no capítulo 5. Neste caso numérico avaliam-se as três variantes do modelo proposto (livre comércio, estoques reguladores e bandas de preço). No capítulo 6 são apresentados um histórico da política de intervenção no mercado de commodities no Brasil e também um caso empírico considerando o histórico de dados da comercialização de arroz no Brasil.

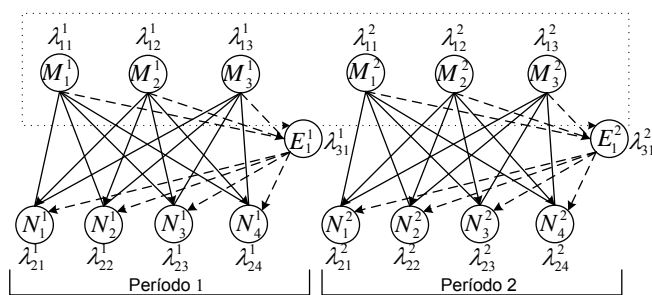




## 5 SIMULAÇÃO PARA UM CASO NUMÉRICO

Neste capítulo discute-se um caso numérico ilustrativo (com dados fictícios), composto por um conjunto de três regiões produtoras, quatro mercados consumidores e um agente armazenador contemplando dois períodos de planejamento com sazonalidade na oferta, conforme apresentado na Figura 8.

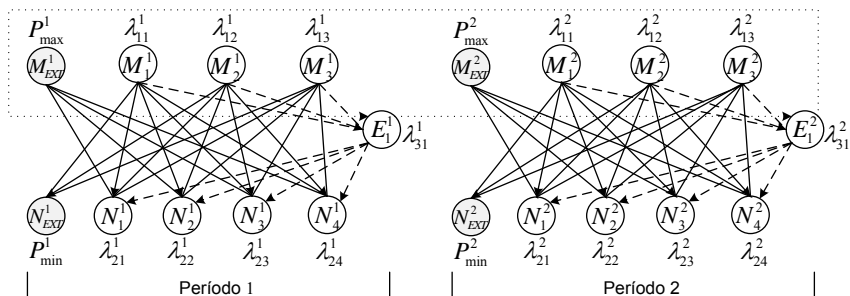
Figura 8: Representação da rede - caso numérico ilustrativo.



Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 8 tem-se a rede para determinação do equilíbrio espacial e temporal, onde a exclusão dos nós de armazenamento ( $E_k^t$ ) define uma rede de equilíbrio apenas espacial. A super-rede com o acréscimo de nós artificiais para simular a estratégia de intervenção do governo com bandas de preço é apresentada na Figura 9.

Figura 9: Representação da super-rede - caso numérico ilustrativo.



Fonte: Elaborado pela autora.

As curvas de oferta e demanda são lineares e os custos de transportes constantes em relação à quantidade e aos períodos. A Tabela 5 apresenta a curva inversa da demanda nos mercados consumidores.

Tabela 5: Curva de demanda dos mercados consumidores.

Consumidor	Períodos 1 e 2
	$D_{jt}^{-1}(d_j^t) = a_j + b_j \cdot d_j^t$
$N_1^t$	$D_{1t}^{-1}(d_1^t) = 110 - 0,22 \cdot d_1^t$
$N_2^t$	$D_{2t}^{-1}(d_2^t) = 128 - 0,25 \cdot d_2^t$
$N_3^t$	$D_{3t}^{-1}(d_3^t) = 118 - 0,17 \cdot d_3^t$
$N_4^t$	$D_{4t}^{-1}(d_4^t) = 125 - 0,16 \cdot d_4^t$

Fonte: Elaborado pela autora.

A volatilidade dos preços é consequência da oferta, que no primeiro período é maior devido à safra e diminui no segundo período, em que ocorre o cultivo, conforme apresentado na Tabela 6.

Tabela 6: Curva de oferta dos mercados produtores.

Produtor	Período 1	Período 2
	$S_{i2}^{-1}(q_i^2) = a_i + b_i \cdot q_i^2$	$S_{i1}^{-1}(q_i^1) = a_i + b_i \cdot q_i^1$
$M_1^t$	$S_{12}^{-1}(q_1^2) = 4 + 0,02 \cdot q_1^2$	$S_{11}^{-1}(q_1^1) = 17 + 0,12 \cdot q_1^1$
$M_2^t$	$S_{22}^{-1}(q_2^2) = 10 + 0,03 \cdot q_2^2$	$S_{21}^{-1}(q_2^1) = 19 + 0,15 \cdot q_2^1$
$M_3^t$	$S_{32}^{-1}(q_3^2) = 3 + 0,01 \cdot q_3^2$	$S_{31}^{-1}(q_3^1) = 16 + 0,13 \cdot q_3^1$

Fonte: Elaborado pela autora.

Os custos de transporte são constantes ao longo do ano, conforme a Tabela 7.

Considera-se que armazenagem de um período para o outro e o custo de manutenção/operacional da commodity em estoque durante um período é constante e igual a \$ 2,50 para os dois períodos de armazenagem.

Tabela 7: Custos de transporte (em \$) por unidade transportada.

De	Para	Vetor custo de transporte
$M_i^t$	$N_j^t$	$\mathbf{C}(\mathbf{x}) = [C_{11}^t(x_{11}^t), \dots, C_{14}^t(x_{14}^t) \ C_{21}^t(x_{21}^t), \dots, C_{24}^t(x_{24}^t) \\ C_{31}^t(x_{31}^t), \dots, C_{34}^t(x_{34}^t)]$ $= (5, 2 \ 5, 3 \ 7, 2 \ 7, 5 \ 7, 8 \ 5, 7 \ 4, 9 \ 7, 2 \ 5, 2 \ 6, 0 \ 7, 1 \ 7, 8)$
$M_i^t$	$E_k^t$	$\mathbf{B}(\mathbf{b}) = [B_{11}^t(b_{11}^t) \ B_{21}^t(b_{21}^t) \ B_{31}^t(b_{31}^t)]$ $= (3, 6 \ 3, 2 \ 3, 7)$
$E_k^t$	$N_j^t$	$\mathbf{R}(\mathbf{r}) = [R_{11}^t(r_{11}^t) \ R_{12}^t(r_{12}^t) \ R_{13}^t(r_{13}^t) \ R_{14}^t(r_{14}^t)]$ $= (4, 7 \ 3, 9 \ 3, 8 \ 4, 2)$

Fonte: Elaborado pela autora.

Neste caso, sendo as funções de custo de transporte e de armazenamento constantes, o problema não é estritamente convexo, mas convexo, o que implica na possibilidade de existência de mais que uma solução ótima. Ainda assim, de acordo com a prova apresentada em (BERTSEKAS, 1999), a convergência para uma solução ótima é garantida com a estratégia *diminishing stepsize*, desde que atendidas as condições impostas pela equação (4.2 p.81). Em termos práticos, a utilização de custos fixos nos arcos de transportes e armazenamento implica na possibilidade de existirem diferentes combinações de quantidades transportadas e armazenadas capazes de produzirem as mesmas (e ótimas) quantidades consumidas e produzidas, bem como os mesmos (e ótimos) preços nos nós de produção, consumo e armazenagem.

Para a obtenção da solução desse exemplo numérico ilustrativo foi utilizado o Algoritmo II, apresentado no capítulo 4, com valores de  $\beta_\kappa$  definidos pela sequência:

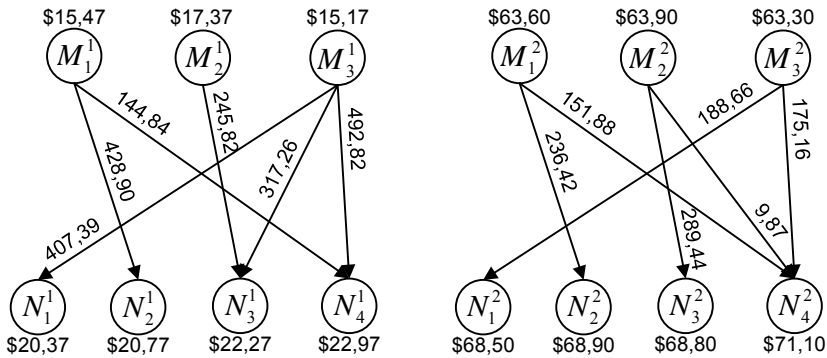
$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \dots$$

Três situações são examinadas para este exemplo ilustrativo: (i) sem armazenamento e sem política de banda de preços; (ii) com o armazenamento, mas sem a política de bandas de preços; (iii) com o armazenamento e com política de banda de preço.

## 5.1 SITUAÇÃO (I): SEM ARMAZENAMENTO E SEM BANDAS DE PREÇO

Para o caso sem estocagem resolve-se o problema (3.26) - (3.29) para cada período de forma independente, utilizando o algoritmo II do capítulo 4. Na Figura 10 observa-se a solução obtida, indicando os fluxos entre regiões produtoras e mercados consumidores e os preços praticados em cada região produtora e mercado consumidor.

Figura 10: Fluxos entre produtores e consumidores, e preços praticados nos mercados, para o caso sem armazenamento e sem bandas de preço.



Fonte: Elaborado pela autora

A comercialização não ocorre entre algumas regiões produtoras e mercados consumidores. Nestes casos os custos marginais de produção, obtidos em função da produção de cada região, acrescidos dos respectivos custos marginais de transporte até as regiões consumidoras, excedem os preços praticados nos mercados consumidores, calculados em função das respectivas demandas. Quando há fluxo, a soma dos custos de aquisição e transportes se iguala ao preço no mercado. Ou seja, a condição de equilíbrio para mercados perfeitamente concorrenciais é satisfeita (ver Apêndice D).

Os preços médios dos mercados consumidores, custos marginais de produção médios e os fluxos totais de produção e consumo encontram-se sintetizados na Tabela 8.

A variação significativa dos preços é decorrente da sazonalidade na oferta. No segundo período, quando ocorre escassez da oferta, o valor elevado nos preços impossibilita o consumo para parte da população,

Tabela 8: Caso sem estocagem.

	Período 1	Período 2
Preços médios	\$21,60	\$69,33
Custos marginais médios	\$16,00	\$63,60
Produção total	2037,04	1051,42
Consumo total	2037,04	1051,42

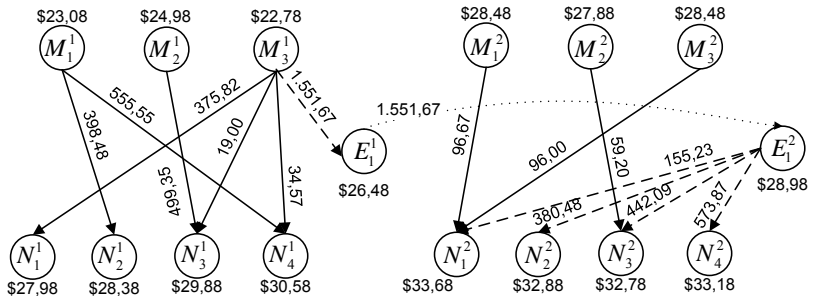
Fonte: Elaborado pela autora.

enquanto que no primeiro período, quando a produção quase dobra, tem-se uma redução de 75% dos preços médios.

## 5.2 SITUAÇÃO (II): COM ARMAZENAMENTO E SEM BANDAS DE PREÇO

Os mesmos parâmetros (curva inversa da oferta, curva inversa da demanda e funções de custo de transporte) são aplicados a uma situação em que o governo atua como um agente de armazenamento com nenhuma política de banda de preços. Os resultados que satisfazem as condições de equilíbrio são apresentados na Figura 11.

Figura 11: Fluxos e preços - caso com estocagem.



Fonte: Elaborado pela autora.

O armazenamento ocorre apenas do primeiro para o segundo período, ou seja, a aquisição ocorre no período de excesso de produção para vender quando há escassez. O produto estocado é adquirido por \$ 26,48 e comercializado por \$ 28,98, sendo a diferença decorrente dos custos operacionais de armazenagem. Consequentemente o governo não

tem ganhos e nem prejuízos na operação.

Pode-se verificar que para cada região produtora, o custo marginal de produção acrescido ao custo marginal de transporte se iguala aos preços de aquisição do mercado, quando a comercialização ocorre com o consumidor, e se iguala ao valor de compra do armazenador, quando o envio é para o estoque do governo, evidenciando que a condição de equilíbrio para mercados perfeitamente competitivos é satisfeita (ver Apêndice D).

A Tabela 9 apresenta um resumo com os preços médios nos mercados consumidores, os custos marginais de produção médios, o total produzido e consumido em cada período, bem como a quantidade estocada.

Tabela 9: Problema com estoque regulador do governo.

	Período 1	Período 2
Preços médios	\$29,20	\$33,13
Custos marginais médios	\$23,61	\$28,28
Produção total	3434,44	251,87
Consumo total	1882,77	1803,54
Quantidade estocada	1551,67	-

Fonte: Elaborado pela autora.

Nota-se uma significativa redução na volatilidade de preços: enquanto que sem a intervenção governamental a diferença de preços entre os dois períodos é de \$47,60, quando tem-se a utilização de estoques reguladores a diferença é de \$4,67, ou seja, uma redução de 90% na variação de preços entre os períodos. Por consequência tem-se um consumo praticamente constante e um aumento na produção total.

Observa-se que no segundo período, devido ao abastecimento de produtos no mercado, decorrente da armazenagem, os preços foram reduzidos, aumentando a possibilidade de aquisição por parte significativa da população. Já no primeiro período, devido à retirada de produtos do mercado por parte do governo na sua ação de estocagem, os preços foram elevados, porém a redução da demanda não foi expressiva.

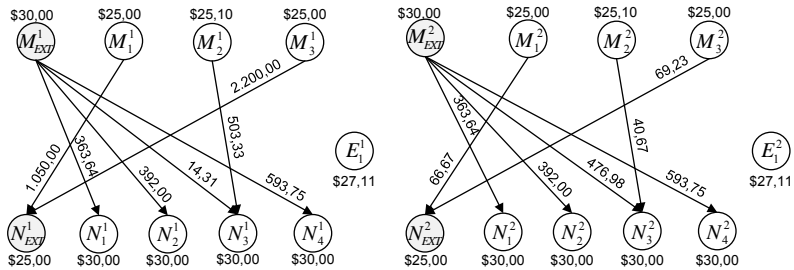
Como não considera-se limitação na capacidade de estocagem, o governo necessita manter em estoque 1.551,67 unidades no período 1.

### 5.3 SITUAÇÃO (III): COM ARMAZENAMENTO E COM BANDAS DE PREÇO

Para analisar a política de bandas de preço, avaliaram-se algumas alternativas para o preço mínimo garantido às regiões produtoras e preço máximo para os mercados consumidores, alterando a amplitude da banda. O custo de transporte do mercado interno para o externo (exportação) ou o inverso (importação) é considerado nulo para efeitos de simplificação.

A Figura 12 apresenta os resultados de fluxo entre regiões produtoras e mercados consumidores, bem como indica o fluxo proveniente da importação através do nó denominado  $M_{EXT}^t$  e pelo nó  $N_{EXT}^t$  o fluxo decorrente da exportação, considerando uma banda de preços estabelecida por um limite inferior de \$25 e superior de \$30.

Figura 12: Fluxos e preços - banda \$25 - \$30.



Fonte: Elaborado pela autora.

Pode-se observar que devido à política de banda de preços não houve intervenção do governo através de estoques reguladores, apenas através de importação e exportação presentes nos dois períodos.

A Tabela 10 sintetiza os custos marginais de produção médios, os preços médios nos mercados consumidores, a produção, consumo total de cada período, bem como a quantidade adquirida pelo governo dos produtores (exportação) e a demanda atendida pelas ações do governo (importação).

Tabela 10: Problema com intervenção por meio da banda de preços (\$25 - \$30).

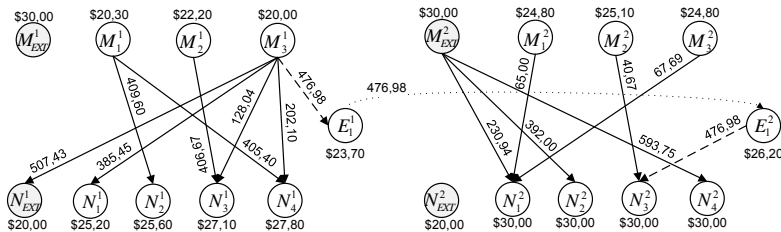
	Período 1	Período 2
Preços médios	\$30,00	\$30,00
Custos marginais médios	\$25,03	\$25,03
Produção total	3753,33	176,57
Consumo total	1867,03	1867,04
Importação	1363,70	1826,37
Exportação	3250,00	135,90
Quantidade estocada	-	-

Fonte: Elaborado pela autora.

O consumo se manteve constante devido ao preço no mercado ser garantido pela política de importação, onde nota-se que, em ambos os períodos, teve forte participação no abastecimento do mercado. Parte significativa da produção é absorvida pelo governo através das exportações, em garantia ao preço mínimo. Observa-se que a média dos preços está nos limites da banda estabelecida e mantida pelo governo e que não há incentivo para atuação da armazenagem.

Aumentando a amplitude dessa faixa de valores, através da alteração do preço mínimo para \$20, tem-se os resultados apresentados na Figura 13.

Figura 13: Fluxos e preços - banda \$20 - \$30.



Fonte: Elaborado pela autora.

A redução da participação do governo no mercado, decorrente da diminuição no preço mínimo ao produtor, pode ser observada através dos nós  $M^t_{EXT}$  e  $N^t_{EXT}$ , propiciando aumento no fluxo entre regiões produtoras e mercados consumidores. A atuação (em relação aos fluxos) é semelhante ao que ocorre no caso com estoques reguladores e



sem bandas de preço, ou seja, quando ocorre excesso de produção, no primeiro período, o governo absorve o excedente através da exportação de produtos e através de uma pequena parcela de armazenamento; no segundo período, quando há escassez na oferta, o mercado consumidor é abastecido pela atuação do governo, por meio de importação e do armazenamento.

A Tabela 11 resume os resultados de preço médio nos mercados consumidores, custo marginal de produção médio, produção e consumo total, bem como o resultado das ações do governo, para a banda de preços entre \$20 e \$30.

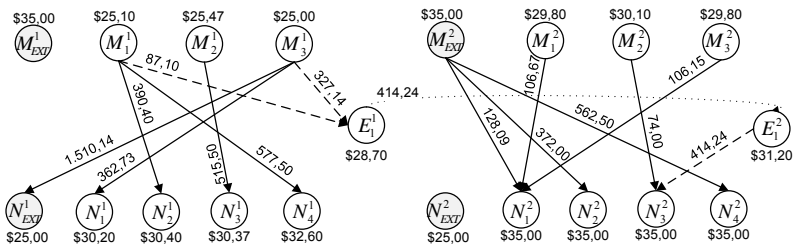
Tabela 11: Problema com intervenção por meio da banda de preços (\$20 - \$30).

	Período 1	Período 2
Preços médios	\$26,43	\$30,00
Custos marginais médios	\$20,83	\$24,90
Produção total	2921,67	173,36
Consumo total	1937,26	1867,04
Importação	-	1216,69
Exportação	507,43	-
Quantidade estocada	476,98	-

Fonte: Elaborado pela autora.

É importante destacar que a política de estocagem, neste caso, não é utilizada para garantia de bandas de preço, apesar de influenciar os preços de mercado. A banda de preço, com limite inferior \$25 e superior \$35, também foi avaliada e os resultados são apresentados na Figura 14.

Figura 14: Fluxos e preços - banda \$25 - \$35.



Fonte: Elaborado pela autora.

Neste caso, no primeiro período o excesso de produção é absorvido pelas estratégias de intervenção do governo por meio de ações de estocagem e da garantia de preço mínimo aos produtores com a exportação de produtos. Já no segundo período a intervenção se dá com o abastecimento do mercado consumidor, comercializando a quantidade armazenada no período anterior e importando parte dos produtos.

A Tabela 12 resume os resultados de preço médio nos mercados consumidores, o custo marginal de produção médio, a produção, o consumo total, a importação, a exportação e armazenamento para a banda de preços entre \$25 e \$35.

Tabela 12: Problema com intervenção por meio da banda de preços (\$25 - \$35).

	Período 1	Período 2
Preços médios	\$30,89	\$35,00
Custos marginais médios	\$25,19	\$29,90
Produção total	3770,50	286,82
Consumo total	1846,13	1763,65
Importação	-	1062,59
Exportação	1510,14	-
Quantidade estocada	414,24	-

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao aumentar ainda mais a amplitude da banda, para limite inferior \$20 e superior \$35, não há mais incentivo para ocorrerem importações e exportações e o comportamento do mercado passa a ter os mesmos fluxos e preços do caso em que há apenas estoque regulador.

A participação do governo por meio de subsídios ao consumo ou à produção, para as três bandas de preço simuladas é apresentada na Tabela 13.

Tabela 13: Relação entre as quantidades do mercado interno e externo.

Banda de preços	Consumo subsidiado (em %)	Produção subsidiada (em %)
\$25 - \$30	85	86
\$20 - \$30	32	16
\$25 - \$35	29	37

Fonte: Elaborado pela autora.

Na banda de preços mais estreita (\$25 - \$30) nota-se que o governo torna-se um forte limitante do mercado, tanto no abastecimento aos consumidores quanto na comercialização dos produtores, o que indica uma solução de curto prazo, pois depende de recursos públicos em grande proporção para manter esses subsídios.

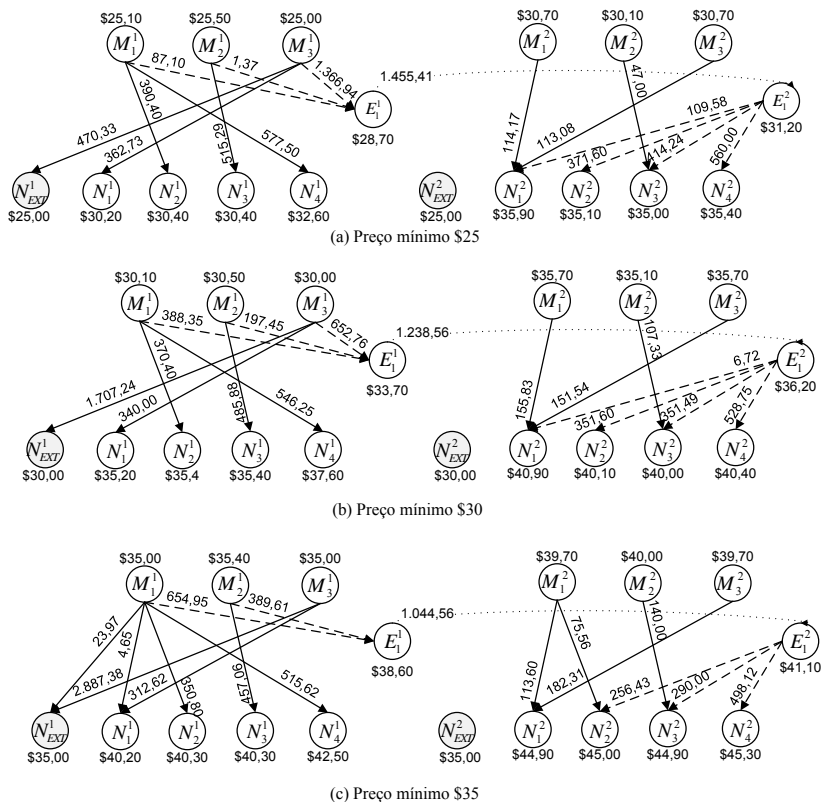
Quando a amplitude da banda é aumentada ocorrem duas situações: (i) com a banda \$20 - \$30 o subsídio aos produtores diminui, o que tem por consequência a redução substancial da exportação, fazendo com que a produção total diminua e que haja incentivo para que parte da produção seja enviada aos estoques reguladores; (ii) com a banda \$25 - \$35 o incentivo à produção por conta do aumento do preço mínimo promove um aumento das exportações e influencia os preços de mercado, de modo que parte da produção também é armazenada para ser comercializada no segundo período, quando o impacto sobre os preços faz com que o preço máximo deva ser garantido por meio de importações.

Em resumo, na manutenção de preços teto aos consumidores, o governo deixa de sinalizar a real situação da oferta das regiões produtoras, incentivando dessa forma o consumo e tendo que, cada vez mais, em longo prazo, aumentar a participação governamental no abastecimento do mercado. Por outro lado, a manutenção de preços piso aos produtores pode incentivar a produção além do que o mercado consegue absorver, tendo que, da mesma forma, em longo prazo, dispor de mais recursos para manutenção da política de preços.

Dado ser comum a prática da manutenção de uma política de intervenção em que apenas preços mínimos aos produtores são praticados (no Brasil, EUA e União Européia, por exemplo), fez-se uma simulação observando os preços e fluxos obtidos na condição de equilíbrio, considerando a atuação conjunta com estoques reguladores. Assim, os valores utilizados para preços mínimos foram \$20, \$25, \$30 e \$35.

No caso do preço mínimo \$20, os fluxos e preços estabelecidos na condição de equilíbrio (caso com estoques reguladores e sem bandas de preço) não são afetados, ou seja, não há incentivo para alteração na quantidade produzida e para movimentação diferente dos fluxos. A Figura 15 apresenta os resultados de fluxos e preços para o caso em que preços mínimos \$25 (Figura 15.a), \$30 (Figura 15.b) e \$35 (Figura 15.c) são estabelecidos, mantendo o uso de estoques reguladores.

Figura 15: Fluxos e preços - Preços mínimos.



Fonte: Elaborado pela autora.

Pode-se observar que, conforme esperado, o aumento dos preços mínimos implica em aumento nas exportações e, por consequência, nos preços de mercado. A Tabela 14 resume os resultados de preço médio nos mercados, custo marginal de produção médio, consumo, produção, exportação e armazenamento total, para cada um dos casos de preço mínimo analisados.

Tabela 14: Resultados - política de intervenção com preços mínimos.

Preço mínimo	\$25		\$30		\$35	
Período	1	2	1	2	1	2
Preços médios	30,90	35,35	35,90	40,35	40,83	45,03
Custos marginais médios	25,20	30,50	30,20	35,50	35,13	39,80
Produção total	3771,67	274,25	4688,33	414,70	5596,66	511,48
Consumo total	1845,92	1729,67	1742,53	1653,26	1640,75	1556,02
Exportação	470,33	-	1707,24	-	2911,35	-
Estoque	1455,41	-	1238,56	-	1044,56	-

Fonte: Elaborado pela autora.

Os resultados indicam que preços mínimos, quando dimensionados incorretamente, podem incentivar a produção em excesso, dificultando a manutenção dessa política de intervenção governamental. Os estoques reguladores servem para diminuir a volatilidade dos preços entre os períodos, porém, não são suficientes para conter o aumento dos preços incorridos pela exportação subsidiada. Por consequência, o consumo tem comportamento inverso ao aumento da produção, implicando em restringir o acesso à commodity para parte da população.

Por fim, destaca-se que para todas as situações de bandas de preço discutidas nessa seção, as condições de equilíbrio espacial e temporal para mercados perfeitamente concorrenciais são satisfeitas, como pode-se verificar no Apêndice D.

## 5.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para avaliar os resultados da política de intervenção por meio de estoques reguladores e por bandas de preço são determinados os excedentes do governo, dos produtores e dos consumidores (ver Apêndice C, p.175).

O cálculo do excedente do governo, com a política da banda de preços, é realizado levando em consideração que o abastecimento do mercado é realizado ao menor custo possível. Então, quando possível e se for conveniente, parte do que é adquirido das regiões produtoras é direcionado diretamente aos mercados consumidores de forma subsidiada.

Para tanto, inicialmente considera-se a ausência de uma faixa de preços e o produto flui entre todas as regiões (incluindo os mercados

externos). Os preços do mercado externo são então parametrizados pelo resultado apresentado na Figura 11 (p. 93). Os preços observados no mercado externo de commodities, onde o governo terá de comprar ou vender o produto para implementar a política de banda de preços, são os parâmetros necessários para o cálculo do excedente.

Considera-se sempre a condição mais favorável, ou seja, no caso de exportação o produto é vendido pelo governo ao mercado externo pelo menor custo marginal de produção do caso em que as bandas não foram estabelecidas e, no caso de importação, a aquisição é realizada pelo maior valor pago pelos consumidores.

Neste exemplo ilustrativo, informações explícitas do mercado externo (onde a mercadoria pode ser adquirida ou vendida para tornar a política de banda viável) não são fornecidas. Em essência, o mercado externo é um mecanismo para tornar executável a política de banda de preço.

Assim, analisando a Figura 11, obtêm-se na Tabela 15 os custos marginais de aquisição de produtos no caso de importação e o valor de venda em caso de exportação (condição mais favorável).

Tabela 15: Valor por unidade importada e exportada pelo governo.

	<b>Valor unitário por unidade</b>	
	<b>Importada</b>	<b>Exportada</b>
Período 1	\$ 30,58	\$ 22,78
Período 2	\$ 33,68	\$ 27,88

Fonte: Elaborado pela autora.

No caso da banda \$25 - \$30, o menor custo para o governo ocorre abastecendo o mercado consumidor, para garantir o preço máximo, diretamente através dos produtores dos quais necessita adquirir produtos para cobrir o preço mínimo, pagando inclusive os custos de transporte. No primeiro período há ainda um excesso de produção que deve ser exportado e no segundo período parte da demanda necessita de importação para ser atendida. Os resultados são apresentados na Tabela 16. Para fins de determinação dessa solução, um problema de transporte foi resolvido visando a determinação do menor custo.

Tabela 16: Excedente do governo banda \$25 - \$30.

	Operação	Quant.	Preço aquisição	Custo transporte	Preço venda	Resultado
Período 1	$M_1^1 - N_1^1$	64,25	25,00	5,2	30,00	-12,85
	$M_1^1 - N_2^1$	392,00	25,00	5,30	30,00	-117,60
	$M_1^1 - N_4^1$	593,75	25,00	7,50	30,00	-1484,37
	$M_3^1 - N_1^1$	299,39	25,00	5,20	30,00	-59,88
	$M_3^1 - N_3^1$	14,31	25,00	7,10	30,00	-30,05
	$M_3^1 - N_{ext}^1$	1886,30	25,00		22,78	-4187,58
Período 2	$M_1^2 - N_1^2$	66,67	25,00	5,2	30,00	-13,33
	$M_3^2 - N_1^2$	69,23	25,00	5,20	30,00	-13,85
	$M_{ext}^2 - N_1^2$	227,74	33,68		30,00	-838,08
	$M_{ext}^2 - N_2^2$	392,00	33,68		30,00	-1442,56
	$M_{ext}^2 - N_3^2$	476,98	33,68		30,00	-1755,28
	$M_{ext}^2 - N_4^2$	593,75	33,68		30,00	-2185,00
Excedente total do governo						<b>-12140,45</b>

Fonte: Elaborado pela autora.

No segundo caso, com uma banda de preços \$20 - \$30, a atuação do governo se resume à exportação no primeiro período e importação no segundo. A quantidade que é exportada é vendida ao mercado externo por no máximo \$22,78 (se o preço fosse maior, o próprio produtor poderia tomar a iniciativa de realizar a exportação sem a intervenção do governo) e a importação tem um custo de pelo menos \$33,68 (se o preço fosse menor, o próprio mercado interno poderia tomar a iniciativa de realizar a importação sem a intervenção do governo). A Tabela 17 explicita os resultados para o cálculo do valor total do excedente do governo.

O mesmo raciocínio segue para o caso de banda de preços \$25 - \$35 e os resultados, bem como o direcionamento dado pelo governo aos produtos que devem ser adquiridos das regiões produtoras e o fornecimento para atender os mercados consumidores, estão sintetizados na Tabela 18.

Tabela 17: Excedente do governo banda \$20 - \$30.

	<b>Operação</b>	<b>Quantidade</b>	<b>Preço aquisição</b>	<b>Preço venda</b>	<b>Resultado</b>
Período 1	$M_3^1 - N_{ext}^1$	507,43	20,00	22,78	1410,66
	$M_{ext}^2 - N_1^2$	230,94	33,68	30,00	-864,86
Período 2	$M_{ext}^2 - N_2^2$	392,00	33,68	30,00	-1442,56
	$M_{ext}^2 - N_4^2$	593,75	33,68	30,00	-2185,00
Excedente total do governo					<b>-3066,76</b>

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 18: Excedente do governo banda \$25 - \$35.

	<b>Operação</b>	<b>Quantidade</b>	<b>Preço aquisição</b>	<b>Preço venda</b>	<b>Resultado</b>
Período 1	$M_3^1 - N_{ext}^1$	1.510,14	25,00	22,78	-3352,51
	$M_{ext}^2 - N_1^2$	128,09	33,68	35,00	169,08
Período 2	$M_{ext}^2 - N_2^2$	372,00	33,68	35,00	491,04
	$M_{ext}^2 - N_4^2$	562,50	33,68	35,00	742,50
Excedente total do governo					<b>-1949,89</b>

Fonte: Elaborado pela autora.

Nos casos em que apenas preços mínimos são aplicados, os resultados apresentaram exportação apenas no primeiro período, quando ocorre a safra da commodity. O excedente do governo está sintetizado na Tabela 19, para cada uma das situações.

Tabela 19: Excedente do governo - preço mínimo.

<b>Preço Mínimo</b>	<b>Operação</b>	<b>Quantidade</b>	<b>Preço aquisição</b>	<b>Preço venda</b>	<b>Resultado</b>
\$25	$M_3^1 - N_{ext}^1$	470,33	25,00	22,78	-1044,13
\$30	$M_3^1 - N_{ext}^1$	1707,24	30,00	22,78	-12.326,27
\$35	$M_1^1 - N_{ext}^1$	23,97	35,00	22,78	-292,91
	$M_3^1 - N_{ext}^1$	2887,38	35,00	22,78	-35.283,78

Fonte: Elaborado pela autora.

Para calcular o excedente do consumidor utilizou-se a equação (C.1) e o excedente do produtor foi calculado pela equação (C.2), ambas apresentadas no Apêndice C. O excedente da sociedade é dado pela soma dos excedentes do consumidor, produtor e governo. Os resultados estão resumidos na Tabela 20.



Tabela 20: Excedente da sociedade para cada caso.

Casos	Excedentes			
	Produtor	Consumidor	Governo	Sociedade
Sem estocagem	35.977,76	127.833,57	0	163.811,32
Com estocagem	33.816,45	164.875,09	0	198.691,55
Banda \$25 - \$30	39.727,39	169.467,20	-12.140,45	197.054,15
Banda \$20 - \$30	24.248,34	175.875,26	-3.066,76	197.056,84
Banda \$25 - \$35	41.142,17	158.449,79	-1.949,89	197.642,07
Pmin \$25	41.113,39	155.686,49	-1.044,13	195.755,74
Pmin \$30	64.297,99	140.367,96	-12.326,27	192.339,68
Pmin \$35	91.755,27	124.457,44	-35.576,70	180.636,01

Fonte: Elaborado pela autora.

Neste caso particular, pode-se observar que a situação cujo excedente da sociedade possui o menor valor ocorre no caso em que não há deslocamento temporal de produtos nem mesmo intervenção do governo, ou seja, as situações de produção e compra são determinadas pelas condições momentâneas. Porém, a interferência com preços artificiais poderia causar perdas no excedente da sociedade ainda maiores, dependendo da bandas de preços estabelecidas.

Para os casos em que há intervenção do governo através de banda de preço pode-se notar que os custos de intervenção são significativamente mais elevados quando a amplitude da banda é mais reduzida; e que o excedente da sociedade é maior quando a participação do governo reduz a limitação dos preços, deixando o mercado agir mais livremente.

Ainda, no caso de intervenção com preços mínimos, quanto mais distante do preço de equilíbrio (no sentido de aumento do valor), maiores são os custos para a sociedade.

Quando a intervenção do governo ocorre através de estoques reguladores, com repasse dos custos à sociedade, o excedente apresenta o melhor resultado, que pode ser considerado de longo prazo. Como os custos da atuação são sentidos diretamente no orçamento dos consumidores, a real situação de mercado é sinalizada para todos os agentes envolvidos que não dependem de decisões de preços do governo para determinar suas ações de compra e produção.

Dessa forma, verifica-se que as políticas de bandas de preço podem gerar custos substanciais, dependendo dos valores de referência estabelecidos. Pode-se gerar riscos, em longo prazo, de estimular demasiadamente o consumo, tendo que abastecer o mercado consumidor com grandes volumes de importação; de estimular a produção além do

que o mercado consegue absorver, tendo que exportar o excedente de forma cada vez mais crescente; ou ainda, de desestimular a produção, da mesma forma, tendo que suprir a escassez da oferta com importação.

5.5 CONVERGÊNCIA NUMÉRICA

O algoritmo apresentado na seção 3.5 foi implementado em linguagem Delphi, em um microcomputador com processador Intel I3 de 3,07 GHz, sem a utilização de recursos de processamento paralelo.

Com o objetivo de apresentar o desempenho do mesmo, foram coletados, para cada uma das situações discutidas no caso numérico ilustrativo, os valores da função objetivo em cada iteração, o número de iterações realizadas e o tempo de CPU (em segundos) gastos no processamento, usando como regra de parada no teste de convergência uma precisão  $\varepsilon = 10^{-8}$ . É importante destacar que o ponto inicial foi o mesmo para todas as situações.

Os gráficos das Figuras 16 e 17 mostram, para as situações analisadas, a evolução do erro relativo no valor da função objetivo ao longo das primeiras 100 e 500 iterações, respectivamente.

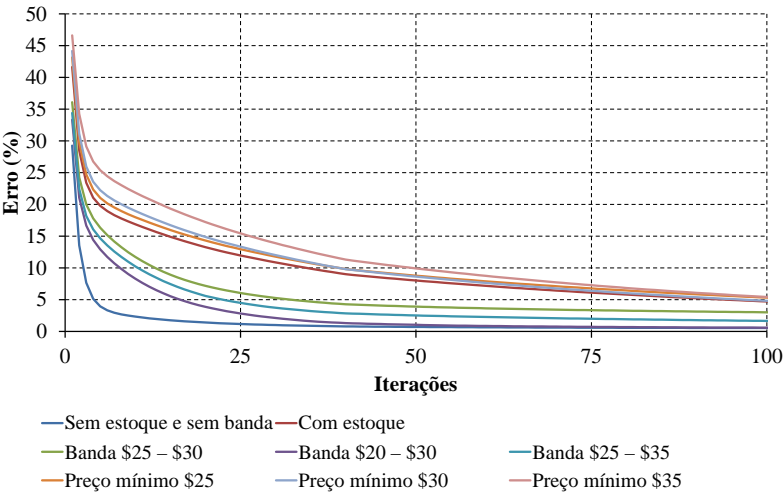
Observa-se nas Figuras 16 e 17 que a convergência tem comportamento exponencial e assintótico. Na Tabela 21 são apresentados para estas instâncias, a caracterização da rede e os respectivos resultados em termos de tempo de processamento, número de iterações e erro relativo, em quatro situações distintas: ao se atingir 1.000 e 10.000 iterações e ao se atingir a precisão numérica de 0,01% no valor da função objetivo.

Tabela 21: Tempo de CPU (em segundos), número de iterações e erro relativo.

Situação	Nós Arcos		1.000 iter		10.000 iter		Erro 0,01%	
			Erro (%) CPU		Erro CPU		Iter CPU	
Sem estoque	14	24	0,19	0,49	0,05	4,91	44.805	21,98
Com estoque	16	40	0,40	0,45	0,14	4,46	74.206	33,08
Banda \$25-\$30	20	54	1,57	0,21	0,43	2,10	631.934	132,83
Banda \$20-\$30	20	54	0,25	0,58	0,09	5,75	125.434	72,13
Banda \$25-\$35	20	54	0,51	0,13	0,17	1,33	717.187	95,62
Preço min \$25	18	46	0,58	0,59	0,16	5,95	167.847	99,86
Preço min \$30	18	46	0,48	0,69	0,10	6,92	117.484	81,33
Preço min \$35	18	46	0,51	0,35	0,20	3,55	181.688	64,45

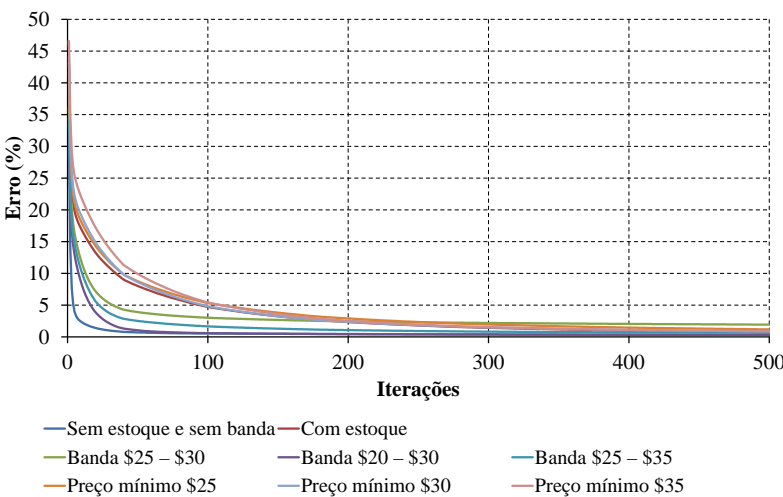
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 16: Representação da rede - caso numérico - 100 iterações.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 17: Representação da rede - caso numérico - 500 iterações.



Fonte: Elaborado pela autora.



## 6 CASO DE ARROZ NO BRASIL

Neste capítulo<sup>1</sup> são apresentados o contexto histórico da política de intervenção no mercado de arroz no Brasil e uma simulação para o uso de estoques reguladores, determinando para tanto as funções de oferta e demanda estimadas para esse mercado.

### 6.1 MOTIVAÇÃO E HISTÓRICO DA PGPM NO BRASIL

Os elevados preços dos alimentos registrados, em todo o mundo, nos períodos de 1973-1974, 1981-1982, de forma mais intensa em 2007-2008 e mais recentemente em 2011, têm intensificado a discussão relativa à volatilidade dos preços. Embora preços elevados possam parecer favoráveis aos agricultores e incentivar a produção, a consequente queda abrupta dos preços decorrente de um acentuado aumento na oferta, além de níveis que podem ser absorvidos, exclui do mercado pequenos produtores, que possuem sua renda familiar determinada pela atividade agrícola. Do lado da demanda, principalmente em países menos desenvolvidos, os alimentos representam uma parcela significativa dos orçamentos familiares, tornando-as vulneráveis aos picos de preços e aumentando a parcela da população que passa fome.

A Organização para a Agricultura e a Alimentação (FAO) estima que os picos de preços de 2007 e 2008 aumentaram o número de pessoas subnutridas de 850 milhões, em 2007, para 1,023 bilhões, em 2009. Apesar de uma queda nos preços entre 2009 e 2010, os preços dos alimentos não retornaram aos níveis pré-2007 (CIDSE, 2011).

No Brasil, a agricultura familiar é responsável por 87% da produção nacional de mandioca, 70% do feijão, 46% do milho, 38% do café, 34% do arroz, 58% do leite, 59% do plantel de suínos, 50% das aves, 30% dos bovinos e, ainda, 21% do trigo (CONSEA, 2009, p.32). Por esses dados, pode-se observar que a atividade agrícola determina a renda e portanto também, a segurança alimentar de diversas famílias.

Para garantir a segurança alimentar é necessário que todas as pessoas tenham acesso físico e econômico a uma alimentação que seja suficiente, segura e nutritiva, na qual o arroz é fundamental, conside-

---

<sup>1</sup> A parte inicial deste capítulo foi submetida à revista Economia Aplicada (POSSAMAI; MAYERLE, 2014) e os resultados submetidos à revista Engenharia Agrícola (POSSAMAI; MAYERLE, 2015).

rado o alimento de maior importância para a segurança alimentar do mundo (FAO, 2011).

No Brasil, a intervenção estatal ocorre por meio da Política de Garantia de Preços Mínimos - PGPM, criada pelo Decreto-Lei N° 5.212, de 21 de janeiro de 1943, tornando-se o principal instrumento de intervenção do setor público sobre a agricultura a partir de 1979. Essa política baseia-se no sistema de preços antecipados, normalmente definindo o preço mínimo no início do plantio visando proteger o produtor rural no período de excedente de oferta agrícola e promover a eficiência na alocação de recursos. Desde 1991, o órgão responsável pelo planejamento e execução da PGPM no Brasil é a Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB).

Atualmente o governo federal utiliza a política de preços mínimos de duas formas: para comprar produtos dos produtores ou promover o escoamento da produção e para conceder empréstimos para os produtores ou cooperativas. No caso de aquisição, o produto passa a integrar os estoques públicos. Já no caso de empréstimos, o preço mínimo serve para determinar o valor cedido, conferido com base na quantidade de produto.

Os mecanismos de intervenção governamental no âmbito da PGPM possuem diferentes modalidades de atuação, algumas diretas e outras indiretas, a citar:

- No contexto de formação de estoques os instrumentos de intervenção são: (i) Aquisição do Governo Federal (AGF); (ii) Contrato de opção de venda (Opção).
- Nas operações de escoamento são utilizados: (i) Prêmio para Escoamento de Produtos (PEP); (ii) Prêmio de equalização pago ao produtor (PEPRO); (iii) Prêmio de opção de venda privado de produtos agrícolas (PROP).
- Nos financiamentos são utilizadas duas modalidades de concessão: (i) Empréstimos do Governo Federal (EGF); (ii) Linhas especiais de crédito de comercialização (LEC).

Dentre estes, destaca-se a AGF, que se refere a um instrumento de aquisição direta de produtos; o PEP, que indica uma subvenção econômica concedida ao comprador que garanta ao produtor pelo menos o preço mínimo e que encaminhe o produto para uma região previamente determinada, de acordo com as necessidades de abastecimento

do país; e também o PEPRO, onde o governo paga ao produtor a diferença entre o valor de venda e o preço de mercado. Teoricamente, todos esses instrumentos são executados quando o preço de mercado estiver abaixo do preço mínimo fixado.

Vários autores tem analisado a PGPM através das mudanças realizadas em seus instrumentos de atuação (LAMOUNIER; SILVA, 2000; CONCEIÇÃO, 2002; PEREIRA; PRADO, 2002), enquanto outros analisaram a sua eficiência. Em especial, destacam-se Rezende (2001), Conceição (2003) e Verde (2001) ao relatarem o crescente custo do governo relativo à acumulação de estoques.

Um estudo realizado por Carvalho e Silva (1993) sobre os preços percebidos pelos agricultores a nível de atacado para o arroz e milho no estado de São Paulo, no período de maio de 1966 a julho de 1990, concluiu que praticamente não houve redução da instabilidade desses preços como resultado da PGPM.

A condução da PGPM sofreu inúmeras modificações e, em toda sua história, esteve subordinada aos objetivos de solucionar o problema de abastecimento urbano e controle do processo inflacionário. Alguns autores chegam a dizer que o movimento dos preços mínimos caminhou no sentido inverso ao recomendável, dado a receita do governo de ter de arcar com pesadas compras de produção. (CARVALHO; SILVA, 1993, p.61).

### **6.1.1 Histórico da PGPM para o mercado de arroz**

Para uma observação mais recente do impacto da PGPM são apresentadas a produção e demanda para a cultura de arroz em casca, os preços recebidos pelos produtores, o preço pago pelos consumidores, o preço no mercado internacional, bem como o preço mínimo estabelecido pelo governo, com base histórica da safra 2000/01 até 2012/13, segundo dados fornecidos pela CONAB.

A Tabela 22 apresenta a produção de arroz em nível de Brasil, onde destacam-se a participação dos estados do Rio Grande do Sul e de Santa Catarina, visto que estes têm maior representatividade na produção nacional.

Tabela 22: Produção de arroz no Brasil (em mil toneladas).

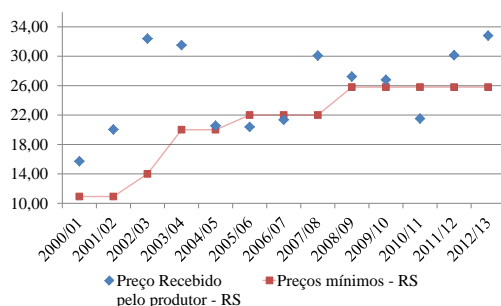
Safra	SC	RS	BRASIL
2000/01	881,7	5.190,50	10.386,00
2001/02	929,3	5.464,80	10.626,10
2002/03	1.043,30	4.696,40	10.367,10
2003/04	999,8	6.432,70	12.960,40
2004/05	1.049,90	6.332,90	13.355,00
2005/06	1.099,10	6.872,40	11.721,70
2006/07	1.099,10	6.419,30	11.315,90
2007/08	1.018,10	7.361,70	12.074,00
2008/09	1.039,70	7.905,00	12.602,50
2009/10	1.056,90	7.320,80	11.660,90
2010/11	996,4	8.904,20	13.613,10
2011/12	1.077,70	7.739,60	11.599,50
2012/13	1.024,90	7.933,40	11.819,70

Fonte: CONAB.

Pode-se verificar que participação do estado do Rio Grande do Sul na produção nacional vem crescendo anualmente, correspondendo a 67% da produção total nas safras de 2011/12 e 2012/13 e Santa Catarina com 9% no mesmo período. Dada a representatividade do Rio Grande do Sul no cenário nacional utilizam-se os preços recebidos pelos produtores neste estado como parâmetro para as considerações seguintes.

A Figura 18 apresenta os preços mínimos fixados pelo governo para o arroz longo fino em casca no estado do Rio Grande do Sul, bem como o preço recebido pelos produtores.

Figura 18: Preços pagos (R\$) aos produtores do RS para arroz longo fino em casca (50 kg) e respectivos preços mínimos fixados pelo governo.



Fonte: Dados da CONAB compilados pela autora.



Pode-se observar que na safra de 2005/06, 2006/07 e 2010/11 o governo não conseguiu assegurar o preço mínimo estabelecido, enquanto que os preços recebidos pelos produtores, substancialmente acima do preço mínimo, também indicam que este não teve um papel preponderante no estabelecimento de preços do mercado em outras datas.

O mesmo resultado já foi observado por Adami et al. (2007), que mediram os efeitos da PGPM sobre os preços no mercado do Rio Grande do Sul no período de 1996 a 2006 e concluíram que os formuladores de política não se influenciam pelo comportamento cíclico do preço de mercado, mas, atêm-se apenas ao nível mínimo de referência, que procuram assegurar.

A Tabela 23 resume as operações com a política de apoio à comercialização de arroz no Brasil a partir dos instrumentos de sustentação de preços.

Tabela 23: Apoio à comercialização de arroz (em mil toneladas).

Item	2000/01	01/02	04/05	05/06	06/07	08/09	09/10	10/11
Vendas								
PEP								
Ofertado				480,00	485,00		307,50	2.238,00
Vendido				459,80	157,50		143,30	1.538,20
AGF Direta	268,60	60,00	571,40	307,70	62,00	0,30		396,30
PROP								
Ofertado			700,10	548,00				
Vendido			327,60	238,90				
PEPRO								
Ofertado								307,00
Vendido								64,30
OPÇÕES								
Ofertado		1.374,30	350,00		910,20	878,00		1.113,10
Vendido		611,50	350,00		857,70	668,60		982,80
Exercido		4,40	350,00			156,80		403,30
Repasse/- Recompra								
Ofertado		343,10						893,70
Vendido		221,90						196,20
Apoio total	268,60	671,50	1.249,00	1.006,40	1.077,30	668,90	143,30	2.981,70

Fonte: MAPA (s.d.b).

Bragagnolo (2006, p.27), indica que até o período considerado em sua análise, o PEP para o arroz nunca foi implementado de fato no Brasil, visto que o beneficiamento ocorre próximo às zonas de produção o que torna incompatível o governo pagar um prêmio de escoamento do produto. Porém pode-se observar que a partir de 2006 uma participação do PEP começa a ocorrer, tendo maior ênfase na safra de 2010/11,

quando houve excesso de produção, o que indica a tendência de deixar a armazenagem a cargo do setor privado. A este respeito corroboram Anderson e Roumasset (1996):

Given the high costs of national price stabilization schemes (Newbery and Stiglitz, 1979; Newbery, 1981; Behrman, 1984; Williams and Wright, 1991) and their effectiveness in stabilizing prices in rural areas, alternative policies decreasing local price instability need to be considered. The most cost-effective method for increasing price stability probably is to remove destabilizing government distortions. Government efforts to nationalize grain markets and to regulate prices across both space and time have the effect of eliminating the private marketing and storage sector. Rather than replacing private marketing, government efforts should be aimed at enhancing private markets through improving transportation, enforcing standards and measures in grain transactions, and implementing small-scale storage technology (p. 62).

As aquisições de produtos realizadas pelo governo são resultado das políticas de AGF e pelo exercício do contrato de opções, que representam a totalidade da atuação do governo na safra 2000/01 e uma expressiva participação em 2004/05 contabilizando 73,8% do apoio total.

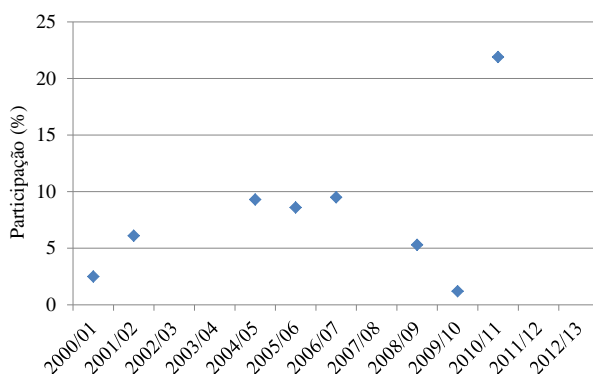
As operações de repasse/recompra de contratos indicam leilões realizados pelo governo com o intuito de evitar a formação de estoques ou de poupar recursos.

Na recompra: o titular do contrato é quem participa diretamente do leilão de prêmio e recebe a subvenção para desistir de vender o produto ao Governo Federal, obrigando-se a vendê-lo ao segmento consumidor definido na operação. No repasse: o segmento consumidor definido na operação é quem participa diretamente do leilão de prêmio e recebe a subvenção, desde que assuma a obrigação do governo Federal em adquirir o produto dos titulares dos Contratos de Opção, ao preço de exercício estabelecido (CONAB, 2014a).

Pode-se observar que atuação do governo na garantia de preços mínimos (PEPRO) aconteceu apenas na safra 2010/11, onde parte da produção é subsidiada, garantindo a diferença entre o preço mínimo estabelecido e o preço de mercado, o que correspondeu a 0,5% da produção total.

Para avaliar a participação do governo, a Figura 19 apresenta percentualmente a razão entre o apoio total do governo e a produção total de arroz. Nessa figura verifica-se que nas safras de 2002/03, 2003/04, 2007/08, 2011/12 e 2012/13 não houve participação do governo na comercialização. Pode-se observar que na safra 2010/11 a oferta foi mais elevada, o que foi acompanhado por uma participação significativa do governo na comercialização, correspondente a 21,9% da produção, o que não foi suficiente para garantir o preço mínimo estabelecido aos produtores (Figura 18).

Figura 19: Participação do governo na comercialização de arroz.

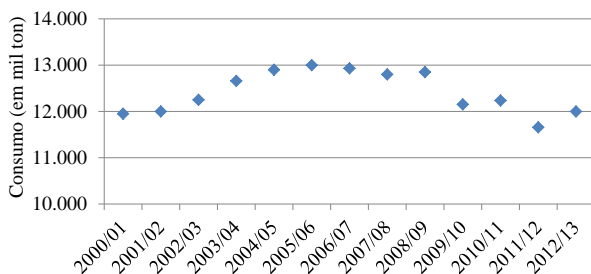


Fonte: Dados da CONAB compilados pela autora.

Para analisar se o resultado dessa volatilidade dos preços recebidos pelos produtores é decorrente de uma demanda instável, apresenta-se na Figura 20 a demanda interna de arroz.

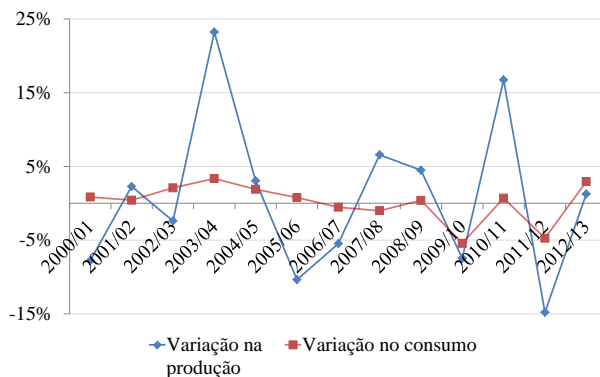
Pode-se verificar que o consumo possui uma variabilidade consideravelmente menor que a produção, conforme apresenta-se percentualmente na Figura 21.

Figura 20: Consumo de arroz em casca (em mil toneladas).



Fonte: Dados da CONAB compilados pela autora.

Figura 21: Variação na produção e consumo.



Fonte: Dados da CONAB compilados pela autora.

Como o cultivo de arroz se dá, na maior parte, em áreas irrigadas (em média, com 54% da produção nacional - MAPA (s.d.a)), menos suscetíveis às mudanças climáticas, pode-se ter algum indicativo que parte da variabilidade na oferta se deve a decisões dos produtores no momento do cultivo, com base nos preços observados no mercado. Em geral, os produtores não têm informações suficientes, os preços mínimos estabelecidos pelo governo não assumem o papel de sinalizar ao produtor o mercado futuro e os agricultores não têm a dimensão exata da mudança de preços. Quando os preços de determinado produto se elevam, acreditam que se manterão elevados e deslocam recursos para aumentar sua produção; contudo, na época de colheita, o

preço cai, verificando-se, portanto, um emprego excessivo de recursos na atividade (CARVALHO; SILVA, 1993, p.53). A Tabela 24 apresenta os resultados da comercialização de arroz em casca, em nível de Brasil.

O déficit médio anual entre o consumo e a produção é de aproximadamente 513,29 mil toneladas, que foi contemplado em grande parte pela participação de importações, enquanto que a variação entre os estoques final e inicial tem apresentado resultados negativos. Dessa forma pode-se notar um aumento nas importações concomitantemente com a redução da intervenção estatal no setor, indicado pela redução dos estoques finais.

Tabela 24: Comercialização de arroz no Brasil (em mil toneladas.)

Safra	Estoque inicial	Produção	Importação	Consumo	Exportação	Estoque final	Varição no estoque
2000/01	2.598,70	10.536,00	951,60	11.950,00	24,40	2.111,90	-486,80
2001/02	2.111,90	10.776,10	737,30	12.000,00	47,60	1.577,70	-534,20
2002/03	1.577,70	10.517,10	1.601,60	12.250,00	23,50	1.422,90	-154,80
2003/04	1.422,90	12.960,40	1.097,30	12.660,00	92,20	2.728,40	1.305,50
2004/05	2.728,40	13.355,20	728,20	12.900,00	379,70	3.532,10	803,70
2005/06	3.532,10	11.971,70	827,80	13.000,00	452,30	2.879,30	-652,80
2006/07	2.879,30	11.315,90	1.069,60	12.930,00	313,10	2.021,70	-857,60
2007/08	2.021,70	12.059,60	589,90	12.800,00	789,90	1.081,30	-940,40
2008/09	1.081,30	12.600,80	900,00	12.850,00	750,00	982,10	-99,20
2009/10	2.531,50	11.660,90	1.044,80	12.152,50	627,40	2.457,30	-74,20
2010/11	2.457,30	13.613,10	825,40	12.236,70	2.089,60	2.569,50	112,20
2011/12	2.569,50	11.599,50	1.068,00	11.656,50	1.455,20	2.125,30	-444,20
2012/13	2.125,30	11.746,60	1.000,00	12.000,00	900,00	1.971,90	-153,40

Fonte: Dados da CONAB compilados pela autora.

### 6.1.2 Preço mínimo $\times$ produção de arroz

Para avaliar quais fatores determinam a quantidade produzida de arroz no Brasil e, por consequência, verificar se o preço mínimo estabelecido pelo governo é preponderante na decisão dos produtores quanto à quantidade produzida, utilizou-se a técnica de regressão linear pelo método dos mínimos quadrados para determinação da função de oferta.

Consideram-se como variáveis explicativas da função de oferta: o preço recebido na comercialização; o preço observado durante o período de plantio; o preço mínimo estabelecido pelo governo; o preço no mercado de atacado e varejo de arroz; a quantidade consumida; a quantidade importada e exportada bem como os preços no mercado internacional de Bangkok e Houston. Em especial, o preço observado pelo produtores refere-se ao preço que o produtor visualiza no mercado no momento em que ocorre o plantio. Por exemplo, na safra 2010/11, o produtor observa o preço no mercado em 2010, quando ocorre o plantio e a comercialização ocorre em 2011, quando se efetiva o preço recebido pela produção.

Os dados apresentados na Tabela 25 referem-se aos preços recebidos e observados pelos produtores, bem como o preço mínimo (em R\$), que são parametrizados para os valores da saca de 50 kg de arroz comercializadas no estado do Rio Grande do Sul, dado sua representatividade no cenário nacional. Da mesma forma, os preços de atacado (para fardos de 30 kg) e de varejo (para pacotes de 1kg), em R\$, são observados no estado de São Paulo. Os preços de Bangkok e Houston são os preços apresentados no mercado internacional.

Tabela 25: Preços de arroz no Brasil e no mercado internacional.

Safra	Preço Recebido pelo produtor (R\$/50 kg)	Preço observado pelo produtor (R\$/50 kg)	Preço atacado (R\$/30 kg)	Preço varejo (R\$/kg)	Preços mínimos (R\$/50 kg)	Preço em Bangkok (US\$/ 50 kg)	Preço em Houston (US\$/ 50 kg)
00/01	15,72	12,21	24,35	0,95	10,92	12,65	8,85
01/02	20,04	15,72	29,92	1,15	10,92	9,90	9,85
02/03	32,39	20,04	45,65	1,72	14,00	13,70	10,05
03/04	31,51	32,39	41,89	1,75	20,00	17,90	12,20
04/05	20,55	31,51	29,33	1,34	20,00	15,20	14,50
05/06	20,39	20,55	31,39	1,33	22,00	19,20	15,55
06/07	21,35	20,39	37,28	1,45	22,00	22,10	16,85
07/08	30,09	21,35	51,64	1,90	22,00	37,85	33,90
08/09	27,23	30,09	47,95	1,97	25,80	27,65	28,20
09/10	26,80	27,23	49,84	2,04	25,80	26,15	25,30
10/11	21,52	26,80	47,95	1,85	25,80	28,65	27,80
11/12	30,14	21,5	52,88	2,14	25,80	27,75	28,45
12/13	32,80	30,14	60,11	2,43	25,80	30,60	24,45

Fonte: CONAB.



Assim, neste trabalho, considera-se que a oferta de arroz à nível de Brasil ( $S^t$ , no ano  $t$ , em mil toneladas) seja modelada por uma função das seguintes variáveis independentes:

- $P_r^t$  preço recebido pelos produtores no estado do Rio Grande do Sul, no ano  $t$ , em R\$/50 kg;
- $P_o^{t-1}$  preço observado pelos produtores no estado do Rio Grande do Sul, no ano  $t - 1$ , em R\$/50 kg;
- $P_m^t$  preço mínimo estabelecido pelo governo no estado do Rio Grande do Sul, no ano  $t$ , em R\$/50 kg;
- $P_a^t$  preço de atacado no estado de São Paulo, no ano  $t$ , em R\$/30 kg;
- $P_v^t$  preço de varejo no estado de São Paulo, no ano  $t$ , em R\$/ kg;
- $P_B^t$  preço no mercado internacional de Bangkok, no ano  $t$ , em USD/50 kg;
- $P_H^t$  preço no mercado internacional de Houston, no ano  $t$ , em USD/50 kg;
- $C^t$  quantidade consumida de arroz, a nível de Brasil, no ano  $t$ , em mil toneladas;
- $I^t$  quantidade importada de arroz, a nível de Brasil, no ano  $t$ , em mil toneladas;
- $E^t$  quantidade exportada de arroz, a nível de Brasil, no ano  $t$ , em mil toneladas.

Acima,  $t$  refere-se ao ano da comercialização da produção, enquanto que  $t - 1$  indica o ano em que ocorreu o plantio.

Antes de determinar a função faz-se necessário avaliar se há colinearidade entre as variáveis independentes. A análise de correlação das variáveis explicativas entre si, e destas com a variável dependente, encontra-se apresentada na Tabela 26. Nesta tabela, observa-se que as variáveis preço de atacado, de varejo, de Bangkok, Houston e preços mínimos possuem alta correlação entre si, e dessa forma apenas é mantida no modelo a variável preço mínimo, pois é a que possui maior correlação com a quantidade produzida.

Tabela 26: Correlação entre as variáveis do modelo. As colunas e linhas hachuradas correspondem às variáveis explicativas eliminadas da análise.

	Produção	Importação	Consumo	Exportação	Preço recebido	Preço observado	Preço atacado	Preço varejo	Preço mínimo	Bangkok	Houston
	$S^t$	$I^t$	$C^t$	$E^t$	$P_r^t$	$P_o^{t-1}$	$P_a^t$	$P_v^t$	$P_m^t$	$P_B^t$	$P_H^t$
Produção	1										
Importação	-0,4249	1									
Consumo	0,4426	-0,2747	1								
Exportação	0,5238	-0,2442	-0,2332	1							
Preço recebido	0,05	0,4419	-0,1288	0,1445	1						
Preço observado	0,7849	-0,0342	0,3171	0,295	0,4684	1					
Preço atacado	0,1811	0,2095	-0,2464	0,5859	0,8299	0,4679	1				
Preço varejo	0,2773	0,1945	-0,208	0,5813	0,8234	0,5968	0,9796	1			
Preço mínimo	0,5948	-0,1374	0,1677	0,7218	0,398	0,6615	0,7056	0,7785	1		
Bangkok	0,3699	-0,2802	0,0706	0,6938	0,4819	0,3664	0,8017	0,7731	0,8067	1	
Houston	0,4075	-0,3407	0,0024	0,7736	0,4018	0,3564	0,7623	0,7449	0,8139	0,9587	1

Fonte: Elaborado pela autora.

Assumindo que a oferta (quantidade produzida) é aproximada por uma função linear, tem-se, em princípio, o seguinte modelo:

$$S^t = \alpha_0 + \alpha_1 I^t + \alpha_2 C^t + \alpha_3 E^t + \alpha_4 P_r^t + \alpha_5 P_o^{t-1} + \alpha_6 P_m^t \quad (6.1)$$

Dado o efeito que se espera das variáveis explicativas sobre a variável dependente, os coeficientes desta função de oferta deveriam satisfazer a condição  $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6 \geq 0$  e  $\alpha_1 \leq 0$ , ou seja, aumentos no consumo, na exportação, no preço recebido, no preço observado e/ou no preço mínimo conduziriam a um aumento na quantidade produzida, enquanto um aumento na quantidade importada implicaria na redução da quantidade produzida. Os coeficientes da função são então estimados com nível de significância de 5%, conforme apresentado na Tabela 27.

Tabela 27: Determinação dos coeficientes da função de oferta.

	<b>Coefficientes</b>	<b>Erro padrão</b>	<b>Stat t</b>	<b>valor-P</b>
Interseção	872,8155	3294,2555	0,265	0,7999
Importação	-0,4955	0,4482	-1,1056	0,3113
Consumo	0,8145	0,2657	3,0661	0,0221
Exportação	1,1823	0,2772	4,2648	0,0053
Preço recebido	-26,97	21,7398	-1,2406	0,2611
Preço observado	137,3638	20,9855	6,5457	0,0006
Preço mínimo	-92,2063	34,8299	-2,6473	0,0382

Fonte: Elaborado pela autora.

Os sinais associados às variáveis independentes apresentaram a relação esperada, com exceção das variáveis preço recebido pelo produtor e preço mínimo. O sinal negativo do coeficiente associado ao preço recebido pelo produtor pode ser interpretado como a existência de uma relação de causa e efeito, no sentido de que o aumento da quantidade comercializada, decorrente do excesso de plantio, causa a redução do preço no mercado. De qualquer forma, observa-se que esta variável é pouco significativa, como mostra a estatística *t* de Student e, portanto, deveria ser eliminada do modelo. Quanto ao coeficiente negativo da variável preço mínimo, este poderia ser explicado com base no histórico da execução da PGPM, dada a alta probabilidade do governo não conseguir assegurar o preço mínimo, especialmente nos casos em que o preço fixado é elevado e, com base no fato de que este preço

é estabelecido com muita antecedência e, portanto, pode não refletir as condições do mercado na data presente.

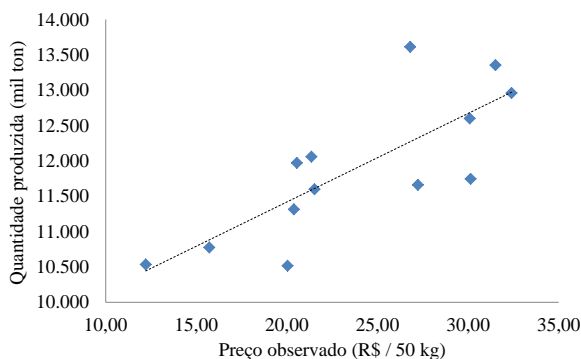
Na Tabela 27 observa-se também que o coeficiente da variável importação possui alta probabilidade de ser nulo, como mostra a estatística  $t$  de Student, fazendo com que o mesmo deva ser excluído do modelo. Realizando recursivamente a regressão linear e excluindo as variáveis cujos coeficientes não possuem relevância para o modelo, chega-se ao modelo reduzido onde a única variável com significância para explicar oferta (quantidade produzida) é o preço observado no mercado no momento do plantio, como mostram os resultados da Tabela 28.

Com isso, a tem-se a seguinte expressão para a oferta de arroz no mercado brasileiro:

$$S^t = 125,25P^{t-1} + 8914,92 \quad (6.2)$$

O gráfico de dispersão apresentado na Figura 22 ilustra esta relação linear entre as variáveis, bem como os desvios dos dados observados em relação ao valor ajustado.

Figura 22: Relação entre o preço observado e a quantidade produzida



Fonte: Elaborado pela autora.

Dessa forma, o modelo apresenta como variável explicativa da quantidade produzida o preço observado pelo produtor no momento do plantio, o que corrobora com a hipótese de que o produtor não considera as informações referentes ao mercado futuro e que o preço mínimo estabelecido pelo governo não é utilizado para sinalizar os preços ao produtor e a quantidade a ser produzida.

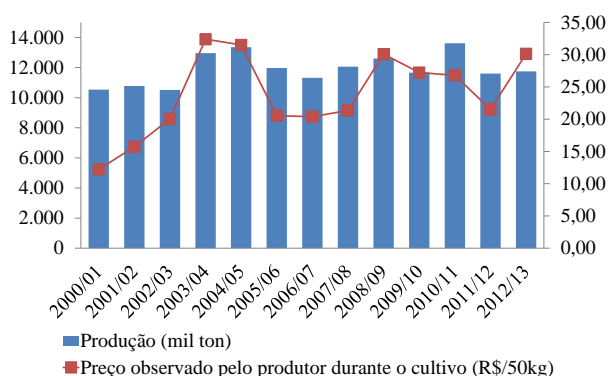
Tabela 28: Resumo da regressão linear.

<i>Estatística de regressão</i>						
R múltiplo	0,7849					
$R^2$	0,6161					
$R^2$ ajustado	0,5812					
Erro padrão	653,8016					
Observações	13					
ANOVA						
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>	
Regressão	1	7544699,475	7544699,475	17,6502	0,0015	
Resíduo	11	4702021,274	427456,4795			
Total	12	12246720,75				
<i>Coefficientes</i>		<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inf</i>	<i>95% sup</i>
Interseção	8914,9195	733,5302	12,1534	0	7300,4303	10529,4087
Preço observado	125,252	29,8133	4,2012	0,0015	59,6334	190,8706

Fonte: Elaborado pela autora.

Esse é um dos fatores que permite explicar o comportamento cíclico da quantidade produzida, pois os anos de preços elevados conduzem a um aumento na quantidade produzida e pressionam os preços novamente para baixo nos anos seguintes, o que tende a retrair os investimentos posteriores e vice versa. Esse comportamento pode ser observado na Figura 23.

Figura 23: Histórico do preço observado e da quantidade produzida.



Fonte: Dados da CONAB compilados pela autora.

Pode-se observar nesta figura, por exemplo, que na safra 2000/01 tem-se a quantidade comercializada em 2001 relacionada com o preço observado no momento do plantio em 2000. Ou seja, à medida que os preços observados aumentam o mesmo ocorre com a quantidade plantada.

O excesso de produção ocorrido na safra 2010/11, segundo a CONAB, se deve ao aumento de área plantada ocorrido em função de dois fatores: os açudes e as barragens estarem com seus reservatórios completos no momento da semeadura em praticamente todas as regiões que produzem arroz irrigado; o uso de variedades com alto potencial produtivo e a ocorrência de chuvas escassas, o que favorece a cultura do arroz irrigado. Essa superoferta ocasionou uma crise no setor da orrizicultura decorrente do achatamento dos preços e do endividamento dos produtores.

Com exceção da safra 2010/11, o comportamento cíclico se repete a cada três anos, o que mostra que o produtor trabalha com um histórico curto do preço observado no mercado e indica a importância do estabelecimento de uma política que sinalize para o produtor o mer-

cado futuro ou que minimize as flutuações de fluxo e, por consequência, dos preços.

Dado que a produção de arroz é fortemente concentrada em alguns meses do ano, enquanto que a demanda ocorre regularmente durante os doze meses, propõem-se uma política de intervenção em que o governo atue (ou fomenta) com estoques reguladores, armazenando produtos em meses de excesso de produção para posterior comercialização, em meses de escassez na oferta.

Dessa forma, a atuação é limitada ao deslocamento temporal de fluxo e não são estabelecidas bandas de preço, visando apenas conter a volatilidade de preços decorrentes do conflito entre a oferta esparsa e a demanda constante. Os custos operacionais dessa política de intervenção são repassados diretamente para a sociedade, ficando sinalizadas para o mercado as reais condições de produção e consumo.

Para tanto, considera-se a produção e o consumo de arroz distribuídos espacialmente nos 26 estados e no Distrito Federal e faz-se necessário estabelecer as funções de oferta e demanda, bem como os custos de transporte, em cada um dos locais nos 12 meses de um ano.

## 6.2 PARAMETRIZAÇÃO DAS FUNÇÕES DE OFERTA

Para estimar as funções de oferta mensal para cada região produtora, é necessário conhecer as informações referentes à quantidade produzida e aos preços, bem como o coeficiente de elasticidade. Para tanto, devido à limitação de dados disponíveis, a elasticidade da oferta de arroz é obtida com base na produção nacional para, na sequência, determinar a curva de oferta, modelada por uma função potência, em cada região produtora.

Em relação à quantidade produzida, dispõe-se de uma série histórica com dados anuais, com período safra compreendido entre 2000/01 até 2012/13, as quais encontram-se apresentadas na Tabela 29.

Para obter uma estimativa mensal, foi utilizado o calendário de colheita (Figura 24) onde se estima, segundo informações da CONAB, que 80% é realizada no período de colheita intensa, distribuindo o percentual restante de forma proporcional para os meses em que tem-se colheita reduzida. Dessa forma, os dados mensais da quantidade ofertada foram obtidos a partir da produção anual de cada estado, do calendário de colheita e da razão indicada pela CONAB.

Tabela 29: Quantidade de arroz produzida (em mil toneladas).

	00/01	01/02	02/03	03/04	04/05	05/06	06/07	07/08	08/09	09/10	10/11	11/12	12/13
RR	59,8	66,0	106,4	133,8	135,2	122,2	113,7	127,0	85,3	87,1	107,1	106,0	109,0
RO	168,4	131,6	115,7	166,3	223,2	146,7	146,5	144,6	153,4	169,1	184,5	142,0	132,7
AC	36,0	31,3	32,6	37,8	35,6	33,2	29,0	20,3	17,6	21,8	24,7	19,0	17,5
AM	33,3	20,8	23,2	23,2	23,6	20,8	20,1	9,1	11,2	10,3	8,8	13,0	6,1
AP	1,9	1,9	3,6	3,8	4,0	3,7	2,3	3,6	3,9	4,5	3,9	2,6	1,9
PA	458,4	467,2	554,8	541,4	652,5	423,2	396,8	310,3	291,8	273,0	208,8	222,4	197,3
TO	363,4	371,2	425,2	424,2	455,7	264,8	407,6	421,7	373,1	451,8	485,8	442,3	565,7
MA	661,1	624,0	706,9	720,1	718,0	708,8	710,8	699,7	605,0	514,7	734,6	467,7	495,7
PI	180,6	85,8	197,7	167,6	233,5	195,0	135,6	226,7	213,0	113,3	270,1	137,5	90,8
CE	48,2	98,7	99,6	92,3	101,5	113,5	71,0	99,7	104,8	63,4	94,9	61,9	54,1
RN	0,9	5,2	7,1	8,0	3,1	3,7	3,6	5,4	8,2	7,8	3,3	2,4	2,8
PB	0,6	9,6	10,8	13,2	5,3	10,8	4,8	9,3	8,4	0,6	2,2	0,2	0,0
PE	8,5	21,1	17,4	51,7	48,9	21,0	25,5	27,5	26,7	21,3	14,8	14,2	14,2
AL	35,1	38,6	12,0	11,9	12,9	13,4	14,0	13,4	16,0	18,0	18,1	17,0	17,6
SE	37,5	43,9	42,8	40,4	40,8	33,0	53,2	53,8	37,3	58,6	56,6	44,9	64,4
BA	32,0	39,5	30,5	63,1	87,8	15,7	28,8	41,2	56,5	23,9	30,2	23,2	7,7
MT	1267,4	1215,7	1289,6	1932,2	2043,2	738,8	734,4	683,4	803,9	742,7	795,9	461,3	528,0
MS	209,4	218,1	237,6	240,0	236,2	193,3	211,3	188,3	198,8	145,5	156,2	109,1	94,2
GO	207,3	216,0	221,8	345,2	381	206,8	234,0	196,9	255,2	196,3	163,0	174,1	148,6
DF	0,2	0,3	0,1	0,1	0,3	0,1	0,7	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MG	192,1	210,5	191,6	212,4	256,2	198,9	187,0	143,5	128,3	115,1	83,3	64,3	44,6
ES	20,2	13,4	8,0	10,2	11,6	9,8	8,1	5,9	4,5	3,7	3,3	2,7	2,7
RJ	11,8	8,3	8,5	8,8	10,2	8,6	8,8	7,9	7,9	7,9	7	5,4	4,3
SP	101,1	110,8	103,5	105,6	101,7	83,5	70,6	81,9	75,3	63,5	64,9	82,2	86,9
PR	178,6	182,5	180,4	174,6	150,2	180,8	179,3	173,0	171,7	169,3	190,5	166,8	174,6
SC	881,7	929,3	1043,3	999,8	1049,9	1099,1	1099,1	1018,1	1039,7	1056,9	996,4	1077,7	1024,9
RS	5190,5	5464,8	4696,4	6432,7	6332,9	6872,4	6419,3	7361,7	7905,0	7320,8	8904,2	7739,6	7933,4
Total	10386	10626	10367	12960	13355	11721	11315	12074	12602	11660	13613	11599	11819

Fonte: CONAB (2014a).



Figura 24: Calendário de colheita

ESTADOS	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
RR									C	C		
RO			C	C								
AC			C									
AM			C	C								
AP						C	C					
PA				C	C							
TO				C	C							
MA					C	C						
PI					C	C						
CE						C	C					
RN								C	C			
PB						C	C					
PE						C	C					
AL			C	C								
SE			C	C								
BA			C	C								
MT			C	C								
MS			C	C								
GO			C	C								
DF			C	C								
MG				C	C							
ES				C	C							
RJ				C	C							
SP				C	C							
PR				C	C							
SC			C	C								
RS				C	C							
			colheita									
	C	C	colheita intensa									

Fonte: CONAB (2014a)

Na Tabela 29 é possível observar que a produção é concentrada nos estados do Rio Grande do Sul, que representa 67% da produção na safra 2012/13, Santa Catarina com 9%, Tocantins com 5% e Mato Grosso e Maranhão com 4%. Dessa forma, optou-se por concentrar a oferta nesses estados agregando a produção dos estados próximos conforme apresentado na Tabela 30.

Tabela 30: Determinação das regiões produtoras.

Região produtora	Estados agregados	Produção em 2012/13 (%)
RS		67
SC	PR , SP , RJ , MG , ES	11
MT	MS , GO , RO , AC , AM , DF	8
TO	BA , SE , AL , PE , PB , RN	6
MA	PI , PA , AP , RR , CE	8

Fonte: Elaborado pela autora.

Assim, para determinar as funções de oferta mensais nessas regiões produtoras, inicialmente estimou-se a elasticidade-preço da oferta, considerando o preço médio do arroz observado pelo produtor no período de 2000/01 - 2012/13 para o estado do Rio Grande do Sul, em R\$/ton (Tabela 25, p.120), a quantidade média produzida no Brasil, em mil ton, para este período (Tabela 29, p.128) e a função de oferta da equação (6.2, p. 124), utilizando a equação (3.4, p.67):

$$\mu = \frac{23,84}{11854} \cdot 125,25 = 0,252 \quad (6.3)$$

A elasticidade-preço indica que a oferta de arroz é inelástica, ou seja, uma variação relativa no preço tem pouco efeito sobre a quantidade ofertada. Sendo assim, utilizar uma função linear para estimar a função inversa da oferta produz um coeficiente linear negativo, o que é incoerente dado a não negatividade das variáveis. Assim, optou-se por modelar a função inversa da oferta para cada estado por uma função potência cuja elasticidade se mantém constante, conforme apresentado no Apêndice A (p.159).

Para parametrizar a função potência dada pela equação A.16, são necessárias informações referentes aos preços e quantidade produzida em cada região produtora considerada. Porém, o preço recebido pelos produtores está disponível para os estados do Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Mato Grosso em todo o período histórico considerado, enquanto que para os demais estados dispõem-se de dados somente a partir da safra 2010/11. Dessa forma, utilizou-se o preço médio mensal e a quantidade média mensal produzida em cada uma das regiões produtoras, considerando as safras de 2011/12 - 2012/13, conforme apresentado nas Tabelas 31 e 32, para determinar os coeficientes  $a_i$  da função de oferta, apresentados na Tabela 33.

Tabela 31: Quantidade média produzida em cada região produtora (em ton) - safras 2011/12 e 2012/13.

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
RS	447.800,00	447.800,00	3.358.500,00	3.358.500,00	223.900,00							
SC	65.137,62	861.326,29	220.609,81	158.606,48	10.304,81							52.565,00
MT	40.241,19	193.606,19	605.588,33	60.954,52	19.505,48							2.904,29
TO	7.133,33	98.231,67	241.416,67	224.424,67	21.637,67	11.693,33	1.136,00	2.553,33	173,33			
MA	8.394,00	8.394,00	48.117,33	428.401,67	292.295,67	75.437,33	8.403,33	7.256,67	86.000,00	7.166,67	3.583,33	

Fonte: Elaborado pela autora a partir de dados fornecidos pelo CONAB

Tabela 32: Preço médio recebido pelo produtor em cada região produtora (em R\$/ton) - safras 2011/12 e 2012/13.

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
RS	587,90	584,80	558,40	561,70	595,30	603,30	613,10	648,00	696,90	704,60	699,30	699,70
SC	488,17	478,83	471,75	471,25	472,25	487,75	493,42	492,00	510,00	546,67	559,25	557,42
MT	642,50	594,42	568,08	499,67	483,25	514,75	551,08	645,33	706,58	752,33	729,33	775,42
TO	684,08	685,33	668,42	628,92	646,25	674,92	702,67	706,58	710,25	766,25	797,50	786,50
MA	819,58	812,25	800,00	871,50	863,33	758,25	745,33	728,08	736,50	774,92	864,58	898,50

Fonte: CONAB

Tabela 33: Coeficiente  $a_i$  da função inversa da oferta em cada região produtora para cada período.

	jan	fev	mar	abr	mai	jun
RS	$2,2 \cdot 10^{-20}$	$2,2 \cdot 10^{-20}$	$7,1 \cdot 10^{-24}$	$7,1 \cdot 10^{-24}$	$3,5 \cdot 10^{-19}$	
SC	$3,9 \cdot 10^{-17}$	$1,3 \cdot 10^{-21}$	$2,9 \cdot 10^{-19}$	$1,1 \cdot 10^{-18}$	$5,6 \cdot 10^{-14}$	
MT	$3,4 \cdot 10^{-16}$	$6,2 \cdot 10^{-19}$	$6,4 \cdot 10^{-21}$	$5,1 \cdot 10^{-17}$	$4,6 \cdot 10^{-15}$	
TO	$3,5 \cdot 10^{-13}$	$1,1 \cdot 10^{-17}$	$2,9 \cdot 10^{-19}$	$3,7 \cdot 10^{-19}$	$4,0 \cdot 10^{-15}$	$4,9 \cdot 10^{-14}$
MA	$2,2 \cdot 10^{-13}$	$2,2 \cdot 10^{-13}$	$2,1 \cdot 10^{-16}$	$3,9 \cdot 10^{-20}$	$1,8 \cdot 10^{-19}$	$3,3 \cdot 10^{-17}$
	jul	ago	set	out	nov	dez
RS						
SC						$1,0 \cdot 10^{-16}$
MT						$1,4 \cdot 10^{-11}$
TO	$5,3 \cdot 10^{-10}$	$2,1 \cdot 10^{-11}$	$9,3 \cdot 10^{-07}$			
MA	$2,0 \cdot 10^{-13}$	$3,5 \cdot 10^{-13}$	$1,9 \cdot 10^{-17}$	$3,9 \cdot 10^{-13}$	$6,8 \cdot 10^{-12}$	

Fonte: Elaborado pela autora.

6.3 PARAMETRIZAÇÃO DAS FUNÇÕES DE DEMANDA

Para determinação da função de demanda dispõem-se da quantidade consumida anualmente a nível de Brasil e o preço pago pelo consumidor em algumas capitais. Dada a falta de informações, não é possível estabelecer uma relação direta entre o consumo e o preço. Assim, alternativamente utilizou-se uma abordagem indireta, através da qual a curva inversa da demanda é modelada considerando-se o valor de elasticidade-preço da demanda igual a  $-0,13$ , apresentado por Mendes (1998). Para determinação desta função em cada estado, o consumo foi estimado utilizando o valor *per capita* obtido a partir do consumo anual, conforme apresentado na Tabela 34.

Tabela 34: Quantidade consumida (mil ton), população e consumo *per capita*.

	População		Consumo (mil ton)		Consumo per capita médio (kg/ano)
	2012	2013	2012	2013	
Brasil	199.242.462	201.032.714	11.656,50	12.000,00	59,1
	População		Consumo estimado (mil ton)		
	2012	2013	2012	2013	Média 2012/13
RO	1.707.272	1.728.214	99,88	103,16	101.521,28
AC	762.631	776.463	44,62	46,35	45.482,75

<b>AM</b>	3.740.976	3.807.921	218,86	227,3	223.081,99
<b>RR</b>	479.073	488.072	28,03	29,13	28.580,81
<b>PA</b>	7.862.333	7.969.654	459,98	475,72	467.850,75
<b>AP</b>	718.906	734.996	42,06	43,87	42.966,08
<b>TO</b>	1.458.965	1.478.164	85,36	88,23	86.794,83
<b>MA</b>	6.734.353	6.794.301	393,99	405,56	399.775,57
<b>PI</b>	3.171.456	3.183.404	185,54	190,02	187.783,10
<b>CE</b>	8.712.413	8.779.338	509,71	524,05	516.883,07
<b>RN</b>	3.338.489	3.373.959	195,32	201,4	198.356,44
<b>PB</b>	3.883.822	3.914.421	227,22	233,66	230.439,12
<b>PE</b>	9.136.697	9.208.550	534,53	549,67	542.104,45
<b>AL</b>	3.279.289	3.300.935	191,85	197,04	194.445,26
<b>SE</b>	2.171.137	2.195.662	127,02	131,06	129.041,69
<b>BA</b>	14.957.177	15.044.137	875,06	898,01	886.533,69
<b>MG</b>	20.446.840	20.593.356	1.196,22	1.229,25	1.212.738,95
<b>ES</b>	3.792.874	3.839.366	221,9	229,18	225.538,62
<b>RJ</b>	16.273.984	16.369.179	952,09	977,11	964.600,05
<b>SP</b>	43.281.358	43.663.669	2.532,14	2.606,36	2.569.249,35
<b>PR</b>	10.910.374	10.997.465	638,3	656,46	647.379,90
<b>SC</b>	6.540.596	6.634.254	382,65	396,01	389.331,03
<b>RS</b>	11.118.261	11.164.043	650,46	666,4	658.432,69
<b>MS</b>	2.554.130	2.587.269	149,43	154,44	151.932,88
<b>MT</b>	3.138.822	3.182.113	183,63	189,95	186.789,96
<b>GO</b>	6.343.136	6.434.048	371,1	384,06	377.579,60
<b>DF</b>	2.727.098	2.789.761	159,55	166,53	163.036,10

Fonte: Elaborado pela autora.

Pode-se observar na Tabela 34 que a estimativa do consumo anual de cada estado foi obtida a partir do consumo anual médio *per capita* a nível de Brasil, o qual aplicou-se de modo proporcional à população de cada estado. O preço pago pelos consumidores está disponível para as 18 capitais em que o DIEESE (2013) acompanha os valores da cesta básica. Para os demais Estados considerou-se a média dos valores disponíveis na região, conforme apresentado na Tabela 35.

Tabela 35: Preços pagos pelos consumidores

Estado	Preço varejo (R\$/kg)
RO	2,33*
AC	2,33*
AM	2,49
RR	2,33*
PA	2,17
AP	2,33*

TO	2,33*
MA	2,19*
PI	2,19*
CE	2,3
RN	2,2
PB	2,27
PE	2,55
AL	2,19*
SE	1,9
BA	1,9
MG	2,44
ES	2,04
RJ	2,97
SP	2,44
PR	2,17
SC	2,44
RS	2,17
MS	2,12
MT	2,24*
GO	2,27
DF	2,32

\* Valores médios da região  
Fonte: DIEESE (dez/13).

A função inversa da demanda é estimada considerando apenas os custos de aquisição e transporte. Por isso, do preço, é descontada uma parcela de R\$210,00 referente aos custos de beneficiamento e embalagem (ROCHA, 2010) e o resultado é multiplicado por 0,5, pois 50% do preço referem-se aos impostos e rendimentos. Assim, a função inversa da demanda em cada estado  $j$  para cada período  $t$  é dada por:

$$D_t^{-1}(d_j^t) = a_j + b_j \cdot d_j^t \quad (6.4)$$

Os coeficientes  $b_j$  e  $a_j$  são ajustados conforme segue:

$$b_j = 0,5 \cdot \frac{dD_t^{-1}(d_j^t)}{d(d_j^t)} = 0,5 \cdot \frac{\overline{P_j}}{\mu_D \cdot \overline{d_j}} \quad (6.5)$$

$$a_j = 0,5 \cdot (\overline{P_j} - b_j \cdot \overline{d_j} - 210) \quad (6.6)$$

O valor  $\overline{P}_j$  refere-se ao preço médio (Tabela 35), enquanto  $\overline{d}_j$  refere-se à  $1/12$  do consumo médio estimado na Tabela 34. O coeficiente  $a_j$  refere-se ao maior preço que poderia ser aplicado ao mercado consumidor do referido estado. Considerando o consumo homogêneo ao longo do ano, os coeficientes da função inversa da demanda mensal para cada estado são apresentados na Tabela 36, sendo a quantidade consumida em toneladas e o preço em R\$/tonelada.

Tabela 36: Coeficientes da função inversa da demanda mensal em cada estado.

Estado	C.Angular (b)	C.Linear (a)
RS	-0,1521	9326,15
SC	-0,2893	10499,62
MT	-0,5527	9615,9
TO	-1,239	10021,54
MA	-0,2524	9398,59
RR	-3,7626	10021,54
RO	-1,0593	10021,54
AC	-2,3644	10021,54
AM	-0,5152	10716,92
AP	-2,5029	10021,54
PA	-0,2141	9326,15
PI	-0,5374	9398,59
CE	-0,2054	9891,15
RN	-0,5119	9456,54
PB	-0,4547	9760,77
PE	-0,2171	10977,69
AL	-0,519	9398,59
SE	-0,6796	8152,69
BA	-0,0989	8152,69
MS	-0,644	9108,85
GO	-0,2775	9760,77
DF	-0,6568	9978,08
MG	-0,0929	10499,62
ES	-0,4175	8761,15
RJ	-0,1421	12803,08
SP	-0,0438	10499,62
PR	-0,1547	9326,15

Fonte: Elaborado pela autora.

Os custos relativos ao transporte foram estimados considerando o valor de 0,072 R\$/ton · km, enquanto que o custo de armazenamento do arroz foi estimado em R\$ 4,4 /ton · mês (RIBEIRO; PACHECO, 2009). As distâncias, utilizadas para estimar os custos de transporte, foram determinadas considerando-se como centro de distribuição as capitais de cada estado e podem ser obtidas utilizando tabelas de distâncias rodoviárias disponíveis em diferentes bancos de dados ou mesmo utilizando o recurso *Google Maps*. O estoque, com capacidade irrestrita, é alocado no estado do Rio Grande do Sul, visto que a maioria dos estoques públicos e privados de arroz se encontram nessa localização.

## 6.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste caso empírico em que ao longo de um ano a oferta de arroz é sazonal e a demanda é constante, considerou-se o governo atuando como agente armazenador sem a inferência de bandas de preço, mas agindo apenas como regulador da oferta, adquirindo arroz nos períodos de excesso de oferta para distribuí-lo nos períodos de escassez. Não foram consideradas as transações com o mercado externo (exportação e importação), dada a pouca representatividade no volume total produzido e consumido.

Resolvendo o problema dado pela função objetivo representada na equação (3.16) e pelas restrições (3.9)-(3.11), considerando as funções inversas da oferta e da demanda apresentadas, bem como os custos de transporte e armazenagem, obteve-se os resultados apresentados na sequência.

A produção total, para o período de um ano, foi de 12.129 mil ton, o que é coerente com os resultados médios observados para o período de 2000-2013, no qual a produção média foi de 11.854 mil ton. A Tabela 37 apresenta a quantidade produzida em cada período e região.

Pode-se observar que a maior parte da produção se concentra de fevereiro a abril e faz com que os custos marginais de produção sejam menores nesse período, como apresentado na Tabela 38.



Tabela 37: Quantidade produzida em cada região (em mil ton).

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
<b>MT</b>	43,19	198,32	600,81	64,90	22,50							3,00
<b>SC</b>	72,77	928,58	239,14	174,82	11,47							56,71
<b>TO</b>	7,67	100,58	237,89	223,29	22,91	12,51	1,20	2,71	0,18			
<b>RS</b>	472,57	460,88	3.502,90	3.503,62	232,62							
<b>MA</b>	8,79	8,44	46,53	381,88	286,74	79,32	8,95	7,79	91,42	7,59	3,69	

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 38: Custos marginais de produção (em R\$/ton).

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
<b>MT</b>	845,91	648,98	545,52	635,89	846,71							877,52
<b>SC</b>	752,67	640,41	644,81	688,59	717,47							748,27
<b>TO</b>	908,04	747,69	625,58	611,48	805,67	877,24	881,64	886,04	890,44			
<b>RS</b>	723,08	650,70	655,10	659,50	687,88							
<b>MA</b>	979,47	823,72	695,06	547,33	795,23	920,66	953,07	957,47	933,86	966,27	970,67	

Fonte: Elaborado pela autora.

O consumo médio e os respectivos preços são sintetizados por região geográfica para facilitar a visualização, conforme apresentado na Tabela 39.

Tabela 39: Resultados para cada região geográfica do país.

	<b>Consumo médio mensal (mil ton)</b>	<b>Preço médio mensal (R\$/ton)</b>
NORTE	83,97 $\pm$ 1,06	972 $\pm$ 108,17
NORDESTE	275,83 $\pm$ 3,41	918,37 $\pm$ 105,74
CENTRO OESTE	75,09 $\pm$ 0,68	802,84 $\pm$ 81,03
SUDESTE	430,01 $\pm$ 1,99	799,35 $\pm$ 48,41
SUL	145,88 $\pm$ 0,5	730,56 $\pm$ 31,43

Fonte: Elaborado pela autora.

A Tabela 40 apresenta os preços nas regiões considerando os custos indiretos do suprimento de arroz (30%), os impostos (20%) e os custos de beneficiamento e embalagem.

Tabela 40: Preço final ao mercado consumidor.

	<b>Preço médio mensal (R\$/ kg)</b>
NORTE	2,15 $\pm$ 0,22
NORDESTE	2,05 $\pm$ 0,21
CENTRO OESTE	1,82 $\pm$ 0,16
SUDESTE	1,81 $\pm$ 0,1
SUL	1,67 $\pm$ 0,06

Fonte: Elaborado pela autora.

O consumo médio anual apontado pelo modelo é compatível com as 12.000 mil ton observadas no mercado (CONAB, 2014a). Os resultados mostram que os preços são reduzidos nos meses de fevereiro a abril, quando a produção é elevada, e a variabilidade ao longo do ano, amortecida pelo abastecimento proveniente dos estoques, deixa sinalizado ao mercado os períodos de excesso e de escassez de produtos. Pode-se verificar que, em função dos custos de transporte, as regiões norte e nordeste possuem os maiores preços pagos pelo consumidor.

Nos valores apresentados na Tabela 41, a aquisição de arroz pelo estoque correspondeu a 4% proveniente da região de SC e o restante do

RS. A movimentação dos fluxos do estoque, bem como o preço médio, são apresentados para cada período.

Tabela 41: Fluxo de arroz e preço médio no estoque.

Meses	Quantidade Adquirida (mil ton)	Quantidade Comercializada (mil ton)	Estoque final ( mil ton)	Preço no estoque (R\$/ton)
Jan	-	399,61	-	723,08
Fev	678,83	-	678,83	674,68
Mar	3601,91	-	4280,74	679,08
Abr	3323,60	-	7604,34	683,48
Mai	-	434,67	7169,67	687,88
Jun	-	916,17	6253,51	692,28
Jul	-	997,23	5256,28	696,68
Ago	-	996,40	4259,88	701,08
Set	-	914,94	3344,94	705,48
Out	-	998,34	2346,60	709,88
Nov	-	1001,75	1344,85	714,28
Dez	-	945,24	399,61	718,68

Fonte: Elaborado pela autora.

Pode-se observar que nos períodos de excesso de oferta, que ocorre de fevereiro a abril, o agente armazenador adquire produtos das regiões produtoras, para suprir a demanda nos meses seguintes, quando há escassez da oferta.

Para avaliar o impacto que os preços mínimos aos produtores, atualmente praticados pelo governo federal, teriam sobre o mercado, é apresentado o histórico dos valores na Tabela 42. Comparativamente, é possível verificar que os preços mínimos, apresentados na série histórica da Tabela 42, são inferiores aos custos marginais de produção obtidos na resolução do modelo proposto (Tabela 38). Dessa forma, se fosse considerada uma política de preços mínimos com referência nos valores da Tabela 42, não haveria necessidade de aquisição por parte do governo em garantia aos preços fixados aos produtores.

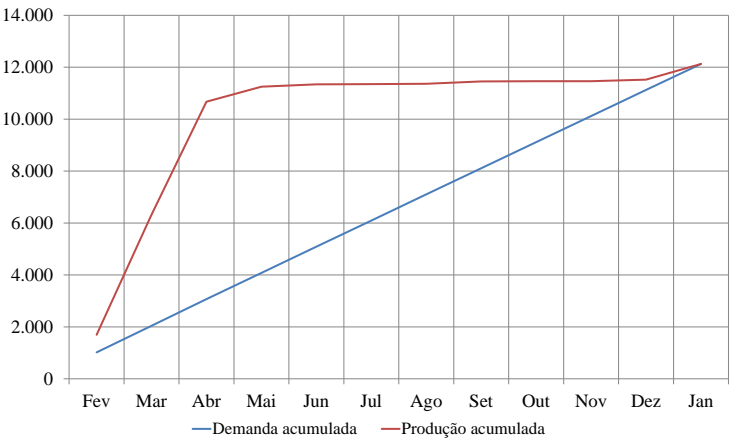
Porém, para a implementação da política de estoques reguladores, é necessário que o estoque, considerando o período de maior fluxo, tenha uma capacidade de 7.607,46 mil toneladas, o que corresponde a 63% do total produzido durante um ano. A Figura 25 ilustra a demanda e produção acumuladas, permitindo verificar a capacidade necessária para o estoque e o tempo de permanência do produto no estoque.

Tabela 42: Histórico do preço mínimo (R\$/ton) estabelecido pelo governo.

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
MA	413,33	440,00	440,00	440,00	516,00	516,00	516,00	516,00	516,00
TO	345,00	345,00	345,00	345,00	425,00	470,50	470,50	470,50	470,50
RS	400,00	436,67	440,00	440,00	516,00	516,00	516,00	516,00	516,00
SC	400,00	440,00	440,00	440,00	516,00	516,00	516,00	516,00	516,00
MT	345,00	345,00	345,00	389,00	425,00	470,50	470,50	470,50	470,50

Fonte: CONAB (2014b).

Figura 25: Demanda e oferta acumuladas, obtidas na simulação.



Fonte: Elaborado pela autora.

Alternativamente, as inúmeras cooperativas de produtores poderiam ser incentivadas a realizar o armazenamento, nos estados de SC e RS, o que tenderia a provocar o mesmo efeito sobre o mercado, como se estas cooperativas atuassem em competição perfeita.

De qualquer forma, uma vez que os custos operacionais são repassados para a sociedade, apenas incorrerá algum custo ao governo se houver necessidade de investimentos em infraestrutura física do armazém para garantir a capacidade de estocagem.

Para efeitos de ilustração, a Tabela 43 apresenta os gastos do governo federal no período de 2000 a 2013, em relação ao Programa de Garantia de Preços Mínimos (PGPM) na modalidade AGF (Aquisição do Governo Federal) para o arroz.

Tabela 43: Histórico dos gastos do governo (R\$) com a PGPM para o caso do arroz.

Ano	Quantidade (mil ton)	Valor (mil R\$)
2000	630,58	141.650,07
2001	268,57	60.957,41
2002	59,01	12.992,18
2005	571,38	194.369,40
2006	308,96	134.940,05
2007	62,20	28.024,57
2009	0,29	150,67
2011	394,20	207.003,70
2012	0,03	15,09

Fonte: CONAB.

Ressalta-se que nos anos de 2003, 2004, 2008, 2010 e 2013 não houve aquisição de arroz por parte do governo.

Nessa análise, não se considera a eventualidade de uma crise alimentar no mundo, nem mesmo uma quebra de safra acentuada causada por condições climáticas, cuja importação subsidiada de alimentos, como possível medida necessária do governo, afetaria os preços domésticos.

## 6.5 CONSIDERAÇÕES

Este trabalho analisa o caso empírico da produção e consumo de arroz nos 26 estados do Brasil e no Distrito Federal, analisando o que acontece com os fluxos e preços no caso da intervenção do governo com o uso de estoques reguladores. O modelo é parametrizado de acordo com a limitação de dados disponíveis e para uma melhor aproximação da realidade dados mensais de produção, consumo, de custos de produção e preços pagos pelos consumidores para cada estado seriam necessários.

Os resultados indicam a distribuição espacial e o deslocamento temporal de fluxos para equilibrar os preços ao longo do ano e a volatilidade dos preços, mesmo reduzida, sinaliza para o mercado os períodos de excesso e escassez de produtos. A política de intervenção dos governos poderiam ser balizadas por esses resultados, direcionando empréstimos vinculados a seguros que indicassem a quantidade a ser produzida em cada região, sinalizando as condições do mercado futuro,

tanto no que se refere aos preços quanto à quantidade a ser produzida.

Esse trabalho analisa políticas de estabilização de médio e longo prazo, que visa conter as flutuações de preço causadas pelo conflito entre a oferta e a demanda entre os períodos de safra e entressafra. Porém, políticas de intervenção de curto prazo, que utilizam medidas para conter a alta dos preços e garantir a segurança alimentar da população não são analisadas.

## 7 CONCLUSÃO

Este trabalho trata de um modelo de equilíbrio espacial e temporal envolvendo múltiplos agentes consumidores, produtores e agentes armazenadores, permitindo avaliar algumas políticas de intervenção governamental no mercado de commodities.

A atuação do governo, por meio de preços de referência, com preços mínimos garantidos aos produtores e/ou máximos aos consumidores, implica na regulação do comércio com o mercado externo, proibindo ou liberando importações e exportação por meio de subsídios, com o objetivo de assegurar o abastecimento doméstico aos preços fixados pela política de bandas.

A incorporação dessa política de bandas de preço ao modelo ocorre por meio do acréscimo de nós artificiais à rede, caracterizando a super-rede. A exportação é representada por um nó consumidor com demanda irrestrita, onde o preço fixo pago aos produtores indica o preço mínimo. Já a importação é representada por um nó produtor com oferta ilimitada, onde o preço fixo estabelecido refere-se ao preço máximo aos consumidores.

Alternativamente, pode-se manter a rede sem alterações e incrementar restrições ao modelo que indiquem a limitação dos preços. Porém, agregar restrições ao modelo implica em reduzir a região factível. Dessa forma, o excedente da sociedade obtido com a política de bandas de preço tem solução igual ou pior que a política de estoques reguladores, independente dos parâmetros utilizados.

Para resolver o modelo proposto, um algoritmo especializado, desenvolvido com base no método do gradiente projetado (BERTSEKAS, 1999) é apresentado. Neste algoritmo utiliza-se um método recursivo que faz uso da estrutura do modelo para determinação das matrizes inversas, reduzindo o esforço computacional necessário à realização da projeção.

Um exemplo ilustrativo permite avaliar três situações: a de livre comércio, que serve como base para avaliar as políticas de intervenção; a política de estoques reguladores, em que o custo operacional de armazenamento é repassado diretamente para o mercado; e a política de bandas de preços com diferentes amplitudes.

Os resultados, para os preços no mercado, indicam que apenas o comércio não é eficiente em conter as variações decorrentes da oferta, enquanto que a política de estoques reguladores reduz consideravel-

mente a volatilidade dos preços, provocando um aumento na produção total e mantendo um consumo mais homogêneo ao longo dos períodos de safra e entressafra.

A política de bandas de preço indica, conforme já observado por outros autores (apresentados na revisão da literatura), um conflito entre os custos do governo e a eficiência de sua atuação. Uma amplitude reduzida entre os preços máximo e mínimo implica em garantias para produtores e consumidores. Porém, os custos dessa intervenção podem ser substanciais e, a longo prazo, podem se tornar insustentáveis, visto que a dependência do mercado na atuação do governo tende a aumentar. Uma faixa de valores que provoque movimentações de produto semelhantes ao registrado com estoques reguladores, ou seja, abastecimento do mercado nos períodos de entressafra e absorção da oferta em períodos de safra implica em custos menores e tende a ser mais sustentável.

As implicações da política de bandas de preço não se referem apenas ao mercado doméstico e aos custos do governo, mas também refletem no mercado internacional:

O aumento e excesso de produção provocados pela política agrícola dos países desenvolvidos reduzem as compras externas feitas por esses países e afetam o mercado mundial. Afinal, os preços agropecuários tendem a cair no mercado internacional de forma artificial, sob pressão das exportações subsidiadas desses países, provocando graves prejuízos para os países em desenvolvimento e dependente de exportações agropecuárias. [...] A longo prazo, por causa da importância estratégica do setor agropecuário para a geração de renda e emprego, as restrições ao seu crescimento provocam distorções sociais e econômicas e dificultam a redução e superação da pobreza e da desigualdade no meio rural. (SOUZA FILHO; BUAINAIN, 2011, p.63)

Dessa forma, pode-se considerar que políticas que sinalizem a real situação ao mercado são mais eficientes em longo prazo e mantêm em equilíbrio as ações dos agentes envolvidos.

Nesse caso ilustrativo, o desempenho do algoritmo é apresentado, coletando, para cada uma das situações discutidas, os valores da função objetivo em cada iteração, o número de iterações realizadas e o tempo de CPU gastos no processamento. Os resultados indicam que a



convergência tem comportamento exponencial e assintótico.

Por fim, um caso empírico para o mercado de arroz no Brasil é estruturado utilizando o modelo proposto. Inicialmente são discutidas as questões econômicas e sociais que envolvem o mercado de arroz no mundo e apresentado o histórico da Política de Garantia de Preços Mínimos para o mercado de arroz no Brasil. As função de oferta e demanda são parametrizadas para o histórico de dados disponível e então o modelo de equilíbrio para o uso de estoques reguladores é aplicado. Os resultados são apresentados e discutidos, indicando que os preços e fluxos obtidos são condizentes com a realidade observada no mercado e que o uso de uma política de preços mínimos, nos valores historicamente aplicados pelo governo, não alteraria os valores obtidos.

Sugere-se, para trabalhos futuros, que estoques de segurança sejam agregados ao modelo e situações de crises alimentares sejam simuladas para avaliar o impacto das decisões governamentais. Ainda, o estudo de outros casos empíricos e uma revisão do caso apresentado com dados mais próximos dos reais são recomendados.



## REFERÊNCIAS

- ADAMI, A. C. O.; BARROS, G. S. A. C.; BACCHI, M. R. P. Política de garantia de preços para o arroz em casca do Rio Grande do Sul - curto ou longo prazo? In: **XIV Congresso da Sociedade Brasileira de Economia e Sociologia Rural**. [S.l.]: SOBER, 2007.
- ANDERSON, J. R.; ROUMASSET, J. A. Food insecurity and stochastic aspects of poverty. **Asian Journal of Agricultural Economic**, v. 2, n. 1, p. 53–66, 1996.
- ANDERSON, K.; NELGEN, S. Trade barrier volatility and agricultural price stabilization. **World Development**, Elsevier, v. 40, n. 1, p. 36–48, 2012.
- ASMUTH, R.; EAVES, B. C.; PETERSON, E. L. Computing economic equilibria on affine networks with lemke's algorithm. **Mathematics of Operations Research**, INFORMS, v. 4, n. 3, p. 209–214, 1979.
- ATHANASIOU, G.; KARAFYLLIS, I.; KOTSIOS, S. Price stabilization using buffer stocks. **Journal of Economic Dynamics and Control**, Elsevier, v. 32, n. 4, p. 1212–1235, 2008.
- BALLOU, R. H. **Logística empresarial: transportes, administração de materiais e distribuição física**. [S.l.]: Atlas, 1993.
- BALLOU, R. H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos: logística empresarial**. [S.l.]: Bookman, 2006.
- BENSON, T.; MINOT, N.; PENDER, J.; ROBLES, M.; BRAUN, J. von. Information to guide policy responses to higher global food prices: The data and analyses required. **Food Policy**, Elsevier, v. 38, p. 47–58, 2013.
- BERTAGLIA, P. R. **Logística e gerenciamento da cadeia de abastecimento**. [S.l.]: Saraiva, 2005.
- BERTSEKAS, D. P. **Nonlinear programming**. Massachusetts: Athena Scientific, 1999.

BISHOP, P. M.; PRATT, J. E.; NOVAKOVIC, A. M. **Using a joint-input, multi-product formulation to improve spatial price equilibrium models**. [S.l.]: Department of Agricultural, Resource, and Managerial Economics, Cornell University, 1994.

BOWERSOX, D. J.; CLOSS, D. J.; COOPER, M. B.; BOWERSOX, J. C. **Gestão logística da cadeia de suprimentos**. [S.l.]: Grupo A Educação, 2013.

BRAGAGNOLO, C. **Análise do armazenamento de arroz no Brasil sob condições de incerteza através de um modelo dinâmico de expectativas racionais**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz - USP, Piracicaba, 2006.

BRENNAN, D. Price dynamics in the bangladesh rice market: implications for public intervention. **Agricultural Economics**, Wiley Online Library, v. 29, n. 1, p. 15–25, 2003.

BYERLEE, D.; JAYNE, T. S.; MYERS, R. J. Managing food price risks and instability in a liberalizing market environment: Overview and policy options. **Food Policy**, Elsevier, v. 31, n. 4, p. 275–287, 2006.

CARVALHO, M. A.; SILVA, C. R. L. da. Preços mínimos e estabilização de preços agrícolas. **Revista de Economia Política**, v. 13, n. 1, p. 52–63, 1993.

CHEN, C. C.; MCCARL, B. A.; CHANG, C.-C.; SHU, H. Modelagem espacial de equilíbrio com os mercados de concorrência imperfeita: uma aplicação ao comércio de arroz. **Journal of Agricultural Economics**, Oak Ridge National Laboratory, v. 35, p. 591–602, 2002.

CIDSE. **Volatilidade dos preços dos alimentos: Consequências e impactos no Direito à Alimentação**. 2011. Disponível em: <<http://www.cidse.org/resources>>. Acesso em: 20 mai. 2014.

COELHO, A. S. **Uma opção de Análise de Pós-otimalidade para o Algoritmo Project**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Florianópolis, 1982.

CONAB. **Indicadores agropecuários**. 2014. Companhia Nacional de Abastecimento. Disponível em: <<http://www.conab.gov.br/conteudos.php?a=1523&t=2>>. Acesso em: 3 mai. 2014.

CONAB. **Preços mínimos**. 2014. Companhia Nacional de Abastecimento. Disponível em: <<http://www.conab.gov.br/conteudos.php?a=540&t=2>>. Acesso em: 18 jan. 2014.

CONCEIÇÃO, J. C. P. R. **Contribuição dos novos instrumentos de comercialização (contratos de opção e PEP) para estabilização de preço e renda agrícolas**. [S.l.]: Brasília, 2002. (Texto para discussão - Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada).

CONCEIÇÃO, J. C. P. R. **Política de preços mínimos e a questão do abastecimento alimentar**. [S.l.]: Brasília, 2003. (Texto para discussão - Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada).

CONSEA. **Construção do Sistema e da Política Nacional de Segurança Alimentar e Nutricional: a experiência brasileira**. 2009. Disponível em: <[http://www.fao.org.br/download/Seguranca.-Alimentar\\_Portugues.pdf](http://www.fao.org.br/download/Seguranca.-Alimentar_Portugues.pdf)>. Acesso em: 12 mai 2014.

CRUZ, B. C. B. D. L.; PIZZOLATO, N. D.; CRUZ, A. A. B. D. L. An application of the spatial equilibrium model to soybean production in tocanins and neighboring states in brazil. **Pesquisa Operacional**, scielo, v. 30, p. 443 – 464, 08 2010. ISSN 0101-7438.

DAFERMOS, S.; NAGURNEY, A. Sensitivity analysis for the general spatial economic equilibrium problem. **Operations Research, INFORMS**, v. 32, n. 5, p. 1069–1086, 1984.

DAFERMOS, S.; NAGURNEY, A. Isomorphism between spatial price and network traffic equilibrium models. **Lefschetz Center for Dynamical Systems Report**, Division of Applied Mathematics, Brown University, Providence, Rhode Island, n. Report 85-17, 1985.

DAFERMOS, S.; NAGURNEY, A. Oligopolistic and competitive behavior of spatially separated markets. **Regional Science and Urban Economics**, Elsevier, v. 17, n. 2, p. 245–254, 1987.

DAFERMOS, S.; NAGURNEY, A. Supply and demand equilibration algorithms for a class of market equilibrium problems. **Transportation Science**, INFORMS, v. 23, n. 2, p. 118–124, 1989.

DAWE, D. How far down the path to free trade? the importance of rice price stabilization in developing asia. **Food Policy**, Elsevier, v. 26, n. 2, p. 163–175, 2001.

DAWE, D.; TIMMER, C. P. Why stable food prices are a good thing: Lessons from stabilizing rice prices in asia. **Global Food Security**, Elsevier, v. 1, n. 2, p. 127–133, 2012.

DENNIS, S. M. Using spatial equilibrium models to analyze transportation rates: an application to steam coal in the united states. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 35, n. 3, p. 145 – 154, 1999. ISSN 1366-5545. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554599000101>>.

DIEESE. **Cesta Básica de Alimentos**. 2013. Disponível em: <<http://www.dieese.org.br/analisecestabasica/cestaBasicaTab201412.html>>. Acesso em: 17 mar. 2014.

EDWARDS, R.; HALLWOOD, C. P. The determination of optimum buffer stock intervention rules. **The Quarterly Journal of Economics**, JSTOR, p. 151–166, 1980.

ENKE, S. Equilibrium among spatially separated markets: Solution by electric analogue. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 40–47, 1951.

FAO. **Food and Agricultural Organization of the United Nation**. 2005. Policies for Basic Food Commodities 2003-2004. Disponível em: <<http://www.fao.org/economic/est/publications/grains-publications/policies-for-basic-food-commodities/en/>>. Acesso em: 23 jan. 2015.

FAO. **Food and Agricultural Organization of the United Nation**. 2011. The State of Food and Agriculture. Disponível em: <<http://www.fao.org/docrep/meeting/022/mb328e.pdf>>. Acesso em: 08 abr. 2014.

FAO. **Food Outlook - biannual report on global food markets**. 2014. The State of Food and Agriculture. Disponível em: <<http://www.fao.org/3/a-i4136e.pdf>>. Acesso em: 26 mai. 2015.

FRIESZ, T. L.; HARKER, P. T.; TOBIN, R. L. Alternative algorithms for the general network spatial price equilibrium problem. **Journal of Regional Science**, Wiley Online Library, v. 24, n. 4, p. 475–507, 1984.

FULLER, S.; FELLIN, L.; SALIN, V. Effect of liberalized u.s.–mexico rice trade: A spatial, multiproduct equilibrium analysis.

**Agribusiness**, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 19, n. 1, p. 1–17, 2003. ISSN 1520-6297. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/agr.10042>>.

GALTIER, F. Managing food price instability: Critical assessment of the dominant doctrine. **Global Food Security**, Elsevier, v. 2, n. 2, p. 72–81, 2013.

GASNIER, D. G. **A dinâmica dos estoques: guia prático para planejamento, gestão de materiais e logística**. [S.l.]: IMAM, 2002.

GOUEL, C. Agricultural price instability: a survey of competing explanations and remedies. **Journal of Economic Surveys**, Wiley Online Library, v. 26, n. 1, p. 129–156, 2012.

GOUEL, C. Optimal food price stabilisation policy. **European Economic Review**, Elsevier, v. 57, p. 118–134, 2013.

GREENHUT, M. L.; NORMAN, G.; HUNG, C.-S. **The economics of imperfect competition: a spatial approach**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1987.

GÜDER, F.; MORRIS, J. G.; YOON, S. H. Parallel and serial successive overrelaxation for multicommodity spatial price equilibrium problems. **Transportation Science**, INFORMS, v. 26, n. 1, p. 48–58, 1992.

HAMDOUCH, Y. Multi-period supply chain network equilibrium with capacity constraints and purchasing strategies. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, Elsevier, v. 19, n. 5, p. 803–820, 2011.

HARKER, P. A generalized spatial price equilibrium model. **Papers of the Regional Science Association**, Springer-Verlag, v. 54, n. 1, p. 25–42, 1984. ISSN 0486-2902. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF01940123>>.

HARKER, P. T. **Prediction of intercity freight flows: theory and application of a generalized spatial price equilibrium model**. Tese (Ph.D. dissertation) — University of Pennsylvania, Department of Civil Engineering, 1983.

- HARKER, P. T. Alternative models of spatial competition. **Operations Research**, INFORMS, v. 34, n. 3, p. 410–425, 1986.
- HAYES, D. J.; WAHL, T. I.; JOHNSON, S. R. A proposal for the reduction of domestic price variability during the phase-in period of trade liberalization. **Agricultural Economics**, Elsevier, v. 7, n. 1, p. 55–64, 1992.
- HE, X. Z.; WESTERHOFF, F. H. Commodity markets, price limiters and speculative price dynamics. **Journal of Economic Dynamics and Control**, Elsevier, v. 29, n. 9, p. 1577–1596, 2005.
- JHA, S.; SRINIVASAN, P. Foodgrain price stabilization: Implications of private storage and subsidized food distribution. **Journal of Policy Modeling**, Elsevier, v. 19, n. 6, p. 587–604, 1997.
- JHA, S.; SRINIVASAN, P. Grain price stabilization in india: Evaluation of policy alternatives. **Agricultural Economics**, Elsevier, v. 21, n. 1, p. 93–108, 1999.
- JHA, S.; SRINIVASAN, P. Food inventory policies under liberalized trade. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 71, n. 1, p. 21–29, 2001.
- KAWAGUCHI, T.; SUZUKI, N.; KAISER, H. M. A spatial equilibrium model for imperfectly competitive milk markets. **American Journal of Agricultural Economics**, Oxford University Press, v. 79, n. 3, p. 851–859, 1997.
- KNUDSEN, O.; NASH, J. Domestic price stabilization schemes in developing countries. **Economic development and cultural change**, JSTOR, p. 539–558, 1990.
- LABYS, W. C. Commodity price stabilization models: A review and appraisal. **Journal of Policy Modeling**, Elsevier, v. 2, n. 1, p. 121–136, 1980.
- LABYS, W. C.; YANG, C.-w. Advances in the spatial equilibrium modeling of mineral and energy issues. **International Regional Science Review**, Sage Publications, v. 14, n. 1, p. 61–94, 1991.
- LAMOUNIER, W. M.; SILVA, J. T. M. A Política de Garantia de Preços Mínimos no Brasil- evolução e perspectivas. **Reuna**, v. 5, n. 2, p. 25–52, 2000.



LIU, Z.; NAGURNEY, A. Multiperiod competitive supply chain networks with inventorying and a transportation network equilibrium reformulation. **Optimization and Engineering**, Springer, v. 13, n. 3, p. 471–503, 2012.

LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008.

MACKINNON, J. G. An algorithm for the generalized transportation problem. **Regional Science and Urban Economics**, Elsevier, v. 5, n. 4, p. 445–464, 1975.

MAKKI, S. S.; TWEETEN, L. G.; MIRANDA, M. J. Storage–trade interactions under uncertainty: Implications for food security. **Journal of Policy modeling**, Elsevier, v. 23, n. 2, p. 127–140, 2001.

MAPA. **Cultura de arroz**. s.d. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Disponível em: <<http://www.agricultura.gov.br/vegetal/culturas/arroz>>. Acesso em: 18 abr. 2014.

MAPA. **Sumário Executivo do Arroz**. s.d. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Disponível em: <<http://www.agricultura.gov.br/politica-agricola/publicacoes/sumario-executivo>>. Acesso em: 23 mai. 2014.

MENDES, J. T. G. **Economia Agrícola**. 2nd. ed. Curitiba: Editora Zênite, 1998.

MYERS, R. J. On the costs of food price fluctuations in low-income countries. **Food Policy**, Elsevier, v. 31, n. 4, p. 288–301, 2006.

NAGURNEY, A. Computational comparisons of spatial price equilibrium methods. **Journal of Regional Science**, Wiley Online Library, v. 27, n. 1, p. 55–76, 1987.

NAGURNEY, A. The formulation and solution of large-scale multicommodity equilibrium problems over space and time. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 42, n. 2, p. 166–177, 1989.

NAGURNEY, A. **Network Economics: A Variational Inequality Approach**. 2. ed. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1999.

NAGURNEY, A. Navigating the network economy. **OR/MS Today**, Lionheart Publishing Company, Atlanta, Georgia., v. 27, n. 3, p. 74–75, 2000.

NAGURNEY, A. On the relationship between supply chain and transportation network equilibria: A supernetwork equivalence with computations. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Elsevier, v. 42, n. 4, p. 293–316, 2006.

NAGURNEY, A. Optimal supply chain network design and redesign at minimal total cost and with demand satisfaction. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 128, n. 1, p. 200–208, 2010.

NAGURNEY, A.; ARONSON, J. A general dynamic spatial price equilibrium model: formulation, solution, and computational results. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, Elsevier, v. 22, n. 2, p. 339–357, 1988.

NAGURNEY, A.; CRUZ, J.; DONG, J.; ZHANG, D. Supply chain networks, electronic commerce, and supply side and demand side risk. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 164, n. 1, p. 120–142, 2005.

NAGURNEY, A.; DONG, J. **Supernetworks: decision-making for the information age**. [S.l.]: Elgar, Edward Publishing, Incorporated, 2002. ISBN 1840649682.

NAGURNEY, A.; DONG, J.; ZHANG, D. A supply chain network equilibrium model. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Elsevier, v. 38, n. 5, p. 281–303, 2002.

NAGURNEY, A.; KIM, D. S. Parallel and serial variational inequality decomposition algorithms for multicommodity market equilibrium problems. **International Journal of High Performance Computing Applications**, SAGE Publications, v. 3, n. 1, p. 34–58, 1989.

NAGURNEY, A.; KIM, D. S. Parallel computation of large-scale nonlinear network problems in the social and economic sciences. Massachusetts Institute of Technology, Operations Research Center, 1990.

NAGURNEY, A.; KIM, D. S. Parallel computation of large-scale dynamic market network equilibria via time period decomposition. **Mathematical and Computer Modelling**, Elsevier, v. 15, n. 6, p. 55–67, 1991.

NAGURNEY, A.; MATSYPURA, D. Global supply chain network dynamics with multicriteria decision-making under risk and uncertainty. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Elsevier, v. 41, n. 6, p. 585–612, 2005.

NAGURNEY, A.; SIOKOS, S. **Financial Networks: Statics and Dynamics**. 1. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997. ISBN 1430-9602.

NAGURNEY, A.; TOYASAKI, F. Supply chain supernetworks and environmental criteria. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, Elsevier, v. 8, n. 3, p. 185–213, 2003.

NAGURNEY, A.; TOYASAKI, F. Reverse supply chain management and electronic waste recycling: a multitiered network equilibrium framework for e-cycling. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Elsevier, v. 41, n. 1, p. 1–28, 2005.

NAGURNEY, A.; WAKOLBINGER, T. Supernetworks: An introduction to the concept and its applications with a specific focus on knowledge supernetworks. **International Journal of Knowledge, Culture and Change Management**, v. 4, p. 1523–1530, 2005.

NEWBERY, D. M.; STIGLITZ, J. E. **The theory of commodity price stabilization: A study in the economics of risk**. [S.l.]: Clarendon Press Oxford, 1981.

PANG, J.-S.; LEE, P. S. A parametric linear complementarity technique for the computation of equilibrium prices in a single commodity spatial model. **Mathematical Programming**, Springer, v. 20, n. 1, p. 81–102, 1981.

PEREIRA, S. R.; PRADO, G. R. Do EGF/COV ao PEP, do AGF ao Contrato de Opção: uma memória. **Revista de Política Agrícola**, v. 11, n. 3, p. 41–45, 2002.

PIESSE, J.; THIRTLE, C. Three bubbles and a panic: An explanatory review of recent food commodity price events. **Food Policy**, Elsevier, v. 34, n. 2, p. 119–129, 2009.

POSSAMAI, J. P.; MAYERLE, S. F. Avaliação do impacto da Política de Garantia de Preços Mínimos para a cultura de arroz no período-safra de 2000/01 até 2012/13. Artigo submetido para publicação. 2014.

POSSAMAI, J. P.; MAYERLE, S. F. Equilíbrio espacial temporal de preços com estoque regulador – caso de arroz no Brasil. Artigo submetido para publicação. 2015.

POSSAMAI, J. P.; PESCADOR, A.; MAYERLE, S. F.; FIGUEIREDO, J. N. de. Optimal commodity price stabilization as a multi-period spatial equilibrium problem: A supernetwork approach with public buffer stocks. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 77, n. 0, p. 289 – 310, 2015. ISSN 1366-5545. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554515000642>>.

POULTON, C.; KYDD, J.; WIGGINS, S.; DORWARD, A. State intervention for food price stabilisation in africa: Can it work? **Food Policy**, Elsevier, v. 31, n. 4, p. 342–356, 2006.

RAVINDRA, K. A.; MAGNANTI, T. L.; ORLIN, J. B. **Network flows: theory, algorithms, and applications**. [S.l.]: Prentice Hall Englewood Cliffs, 1993.

REZENDE, G. C. A evolução da política de preços mínimos na década de 1990. **Transformações da agricultura e políticas públicas**. Brasília: Ipea, 2001.

RIBEIRO, R. P.; PACHECO, F. F. **O custo logístico do transporte do arroz da região Centro-Oeste do RS com destino a Santa Cruz do Rio Pardo-SP**. [S.l.]: ENEGEP, 2009.

ROCHA, A. **Configuração de um método de custeio para uma indústria de beneficiamento de arroz**. Tese (TCC) — Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2010. Disponível em: <<http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000044/0000442D.pdf>>.

SAMUELSON, P. A. Spatial price equilibrium and linear programming. **The American economic review**, JSTOR, p. 283–303, 1952.

SARTORIO, B. What can we learn from past price stabilization policies and market reform in Mexico? **Food Policy**, Elsevier, v. 31, n. 4, p. 313–327, 2006.

SMITH, L. D. Price stabilization, liberalization and food security: conicts and resolutions? **Food Policy**, v. 22, p. 379–392, 1997.

SOUZA FILHO, H. M.; BUAINAIN, A. M. **Economia Agrícola**. São Paulo: Editora UFSCar, 2011.

SUTOPO, W.; BAHAGIA, S. N.; CAKRAVASTIA, A.; SAMADHI, T. A buffer stocks model for stabilizing price of commodity under limited time of supply and continuous consumption. **APIEMS**, 2008.

SUTOPO, W.; BAHAGIA, S. N.; CAKRAVASTIA, A.; ARISAMADHI, T. A buffer stock model to ensure price stabilization and availability of seasonal staple food by empowering producer using warehouse receipt system. In: IEEE. **Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)**, 2011 IEEE International Conference on. [S.l.], 2011. p. 298–302.

SWARAY, R. Commodity buffer stock redux: The role of international cocoa organization in prices and incomes. **Journal of Policy Modeling**, v. 33, n. 3, p. 361 – 369, 2011. ISSN 0161-8938. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0161893811000263>>.

TAKAYAMA, T.; HASHIMOTO, H.; URI, N. Spatial and temporal price and allocation modeling: Some extensions. **Socio-Economic Planning Sciences**, Elsevier, v. 18, n. 4, p. 227–234, 1984.

TAKAYAMA, T.; JUDGE, G. G. Equilibrium among spatially separated markets: A reformulation. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 510–524, 1964.

TAKAYAMA, T.; JUDGE, G. G. **Spatial and temporal price and allocation models**. [S.l.]: North-Holland Amsterdam, 1971.

TAKAYAMA, T.; MACAULAY, T. **Generalization of the standard spatial equilibrium model**. [S.l.]: Department of Economics, University of Western Australia, 1989.

TAKAYAMA, T.; URI, N. A note on spatial and temporal price and allocation modeling: Quadratic programming or linear complementary programming? **Regional Science and Urban Economics**, Elsevier, v. 13, n. 4, p. 455–470, 1983.

TIMMER, C. P. Reflections on food crises past. **Food policy**, Elsevier, v. 35, n. 1, p. 1–11, 2010.

VERDE, C. Modificações recentes na política de garantia de preços mínimos. **Transformação da agricultura e políticas públicas. Brasília, Ipea**, 2001.

VIEIRA, H. F. **Gestão de Estoques E Operações Industriais**. [S.l.]: IESDE BRASIL SA, 2009.

WAQUIL, P. D. Alocação ótima de produtos agropecuários no mercosul: simulação de cenários. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 35, n. 1, p. 45–66, 1997.

WRIGHT, B. International grain reserves: And other instruments to address volatility in grain markets. **Policy Research Working Paper 5028**, The World Bank, 2009.

## APÊNDICE A – Elasticidade e modelagem das funções de oferta e demanda

### A.1 ELASTICIDADE

Genericamente, a elasticidade-preço é a variação percentual na quantidade ( $y = f(P)$ ) dada uma variação percentual no preço ( $P$ ). Em termos algébricos, sendo  $y$  um número real não negativo e a função  $P$  contínua, tem-se:

$$\mu = \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{P}{y} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta P} \quad (\text{A.1})$$

Como  $\Delta y = f(P + \Delta P) - f(P)$  tem-se:

$$\mu = \frac{P}{y} \cdot \frac{f(P + \Delta P) - f(P)}{\Delta P} \quad (\text{A.2})$$

Calculando o limite da expressão A.2 quando  $\Delta P$  tende a zero, obtém-se:

$$\mu = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{P}{y} \cdot \frac{f(P + \Delta P) - f(P)}{\Delta P} = \frac{P}{y} \cdot \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{f(P + \Delta P) - f(P)}{\Delta P} \quad (\text{A.3})$$

Como  $\lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{f(P + \Delta P) - f(P)}{\Delta P} = \frac{\partial y}{\partial P}$ , tem-se:

$$\mu = \frac{P}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial P} \quad (\text{A.4})$$

## A.2 ELASTICIDADE DA DEMANDA

Particularizando a equação (A.4) para  $P = P_j^t = D_{jt}^{-1}(d_j^t)$  tem-se a elasticidade-preço da demanda ( $\mu_{d_j}$ ):

$$\mu_{d_j} = \frac{D_{jt}^{-1}(d_j^t)}{d_j^t} \cdot \frac{\partial d_j^t}{\partial D_{jt}^{-1}(d_j^t)} \quad (\text{A.5})$$

Dado a elasticidade-preço da demanda, uma opção é modelar a função inversa de demanda por uma função polinomial do primeiro grau, representada por:

$$D_{jt}^{-1}(d_j^t) = a_j + b_j \cdot d_j^t \quad (\text{A.6})$$

onde os coeficientes  $a_j, b_j \in \mathbb{R}$  podem ser obtidos, conhecendo-se um ponto pertencente à curva, utilizando as seguintes expressões:

$$b_j = \frac{\partial D_{jt}^{-1}(d_j^t)}{\partial d_j^t} = \frac{D_{jt}^{-1}(d_j^t)}{\mu_{d_j} \cdot d_j^t} < 0 \quad (\text{A.7})$$

$$a_j = \frac{D_{jt}^{-1}(d_j^t)(\mu_{d_j} - 1)}{\mu_{d_j}} > 0 \quad (\text{A.8})$$

Dessas expressões pode-se concluir que o preço máximo unitário que os consumidores estão dispostos a pagar é ligeiramente menor que o valor do coeficiente  $b_j$ , pois para  $D_{jt}^{-1}(d_j^t) = b_j$  tem-se  $d_j^t = 0$ . Ainda, para qualquer  $\mu_{d_j} < 0$  tem-se  $b_j < 0$  e  $a_j > 0$ .

## A.3 ELASTICIDADE DA OFERTA

Particularizando a equação (A.4) para  $P = P_i^t = S_{it}^{-1}(q_i^t)$  tem-se a elasticidade-preço da oferta  $\mu_{q_i}$ :



$$\mu_{q_i} = \frac{S_{it}^{-1}(q_i^t)}{q_i^t} \cdot \frac{\partial q_i^t}{\partial S_{it}^{-1}(q_i^t)} \quad (\text{A.9})$$

A função inversa da oferta pode ser modelada por uma função polinomial do primeiro grau, representada por:

$$S_{it}^{-1}(q_i^t) = a_i + b_i \cdot q_i^t \quad (\text{A.10})$$

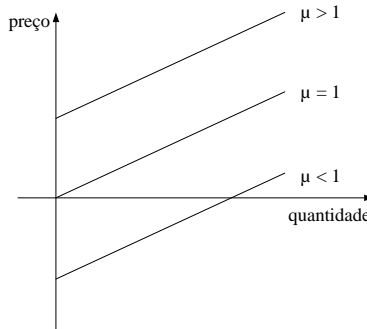
onde os coeficientes  $a_i, b_i \in \mathbb{R}$  podem ser obtidos, conhecendo-se um ponto pertencente à curva, utilizando as seguintes expressões:

$$b_i = \frac{\partial S_{it}^{-1}(q_i^t)}{\partial q_i^t} = \frac{S_{it}^{-1}(q_i^t)}{\mu_{q_i} \cdot q_i^t} > 0 \quad (\text{A.11})$$

$$a_i = \frac{S_{it}^{-1}(q_i^t)(\mu_{q_i} - 1)}{\mu_{q_i}} \quad (\text{A.12})$$

No caso do coeficiente  $a_i$ , que matematicamente indica a intersecção da reta com o eixo das ordenadas e economicamente representa o custo marginal mínimo de produção, tem-se como resultado um valor positivo se a oferta for elástica e resultado negativo se a oferta for inelástica, conforme ilustrado na Figura 26.

Figura 26: Elasticidade da função oferta.



Fonte: Elaborado pela autora.

Sendo a oferta inelástica, ao se optar por uma função do primeiro grau para estimar a função inversa da oferta tem-se um coeficiente linear negativo, o que é incoerente dado a não negatividade das variáveis. Dessa forma, outra opção seria utilizar uma função potência, obtida a partir do coeficiente de elasticidade (A.9), que resulta na seguinte equação diferencial:

$$\frac{1}{S_{it}^{-1}(q_i^t)} dS_{it}^{-1} = \frac{1}{\mu_{q_i} \cdot q_i^t} dq_i^t \quad (\text{A.13})$$

Integrando ambos os lados da equação tem-se:

$$\ln[S_{it}^{-1}(q_i^t)] = \frac{1}{\mu_{q_i}} \ln(q_i^t) + c, \quad c \in \mathbb{R} \quad (\text{A.14})$$

Tratando algebricamente a equação tem-se:

$$S_{it}^{-1}(q_i^t) = a_i \cdot (q_i^t)^{1/\mu_{q_i}}, \quad a_i \in \mathbb{R} \quad (\text{A.15})$$

onde o coeficiente  $a$  pode ser obtido utilizando um ponto pertencente à curva inversa de oferta, utilizando a seguinte expressão:

$$a_i = \frac{(q_i^t)^{1/\mu_{q_i}}}{S_{it}^{-1}(q_i^t)} \quad (\text{A.16})$$

## APÊNDICE B – Condições de equilíbrio

### B.1 CONDIÇÕES DE KKT

Seja o problema de otimização não linear definido como:

$$\min z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{B.1})$$

$$\text{s.a.} \quad g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (\mu_i) \quad (\text{B.2})$$

onde:

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  são funções diferenciáveis em cada uma das variáveis  $x_j$ ,  $\forall j = 1, \dots, n$  e seja  $\mu_i$  um escalar associado a cada restrição  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Para que uma solução seja considerada ótima para um problema de programação não-linear, ela deverá satisfazer um conjunto de condições atribuídas a Karush, Kuhn e Tucker. Tais condições, são também conhecidas por condições de KKT (LUENBERGER; YE, 2008, p.342).

Então,  $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  pode ser uma solução ótima para o problema de programação não-linear acima, somente se existem  $m$  números  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m$  (conhecidos pelo nome de multiplicadores de Lagrange) que satisfaçam todas as seguintes condições:

$$\nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \mu_i \nabla g_i(x^*) = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\mu_i g_i(x^*) = 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (\text{B.4})$$

$$\mu_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (\text{B.5})$$

$$g_i(x^*) \leq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (\text{B.6})$$

Além destas condições, se a função  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  for convexa

e o conjunto de soluções viáveis definido pelas restrições

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0$$

também for convexo, então  $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  é o mínimo global ou solução ótima do problema.

## B.2 APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE KKT PARA O MODELO PROPOSTO

Para o modelo geral da seção 3.5 associando-se os multiplicadores de Lagrange, tem-se:

Maximizar

$$Z = \sum_{t=1}^{\tau} \left( \sum_{j=1}^n \int_0^{d_j^t} D_{jt}^{-1}(w) dw - \sum_{i=1}^m \int_0^{q_i^t} S_{it}^{-1}(w) dw - \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p \int_0^{b_{ik}^t} B_{ik}^t(w) dw - \right. \\ \left. \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n \int_0^{r_{kj}^t} R_{kj}^t(w) dw - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \int_0^{x_{ij}^t} C_{ij}^t(w) dw - \sum_{k=1}^p \int_0^{e_k^t} Q_k^t(w) dw \right) \quad (\text{B.7})$$

Sujeito à:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p b_{ik}^t = q_i^t \quad \begin{cases} \forall i = 1, \dots, m \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{cases} \quad (\lambda_{1i}^t) \quad (\text{B.8})$$

$$d_j^t = \sum_{i=1}^m x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p r_{kj}^t \quad \begin{cases} \forall j = 1, \dots, n \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{cases} \quad (\lambda_{2j}^t) \quad (\text{B.9})$$

$$\sum_{i=1}^m b_{ik}^t + e_k^{t-1} = e_k^t + \sum_{j=1}^n r_{kj}^t \quad \begin{cases} \forall k = 1, \dots, p \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{cases} \quad (\lambda_{3k}^t) \quad (\text{B.10})$$

$$x_{ij}^t \geq 0 \quad \forall i, j, t \quad (\mu_{1ij}^t) \quad (\text{B.11})$$

$$b_{ik}^t \geq 0 \quad \forall i, k, t \quad (\mu_{2ik}^t) \quad (\text{B.12})$$

$$r_{kj}^t \geq 0 \quad \forall j, k, t \quad (\mu_{3kj}^t) \quad (\text{B.13})$$

$$q_i^t \geq 0 \quad \forall i, t \quad (\mu_{4i}^t) \quad (\text{B.14})$$

$$d_j^t \geq 0 \quad \forall j, t \quad (\mu_{5j}^t) \quad (\text{B.15})$$

$$e_k^t \geq 0 \quad \forall k, t \quad (\mu_{6k}^t) \quad (\text{B.16})$$

$$D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t \text{ ou } d_j^t \geq D_{jt}(P_{\max}^t) \quad \forall j \quad (\mu_{7j}^t) \quad (\text{B.17})$$

$$S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t \text{ ou } q_i^t \geq S_{it}(P_{\min}^t) \quad \forall i \quad (\mu_{8i}^t) \quad (\text{B.18})$$

Assim, aplicando as condições de KKT ao modelo geral, pode-se verificar que na solução ótima do problema verificam-se as condições de equilíbrio de mercado, conforme segue:

$$C_{ij}^t(x_{ij}^t) + \lambda_{1i}^t - \lambda_{2j}^t - \mu_{1ij}^t = 0 \quad \forall i, j, t \quad (\text{B.19})$$

$$-D_{jt}^{-1}(d_j^t) + \lambda_{2j}^t - \mu_{5j}^t - \mu_{7j}^t = 0 \quad \forall j, t \quad (\text{B.20})$$

$$S_{it}^{-1}(q_i^t) - \lambda_{1i}^t - \mu_{4i}^t - \mu_{8i}^t = 0 \quad \forall i, t \quad (\text{B.21})$$

$$R_{kj}^t(r_{kj}^t) - \lambda_{2j}^t + \lambda_{3k}^t - \mu_{3kj}^t = 0 \quad \forall k, j, t \quad (\text{B.22})$$

$$B_{ik}^t(b_{ik}^t) + \lambda_{1i}^t - \lambda_{3k}^t - \mu_{2ik}^t = 0 \quad \forall k, j, t \quad (\text{B.23})$$

$$Q_k^t(e_k^t) + \lambda_{3k}^{t-1} - \lambda_{3k}^t - \mu_{6k}^t = 0 \quad \forall k, j, t \quad (\text{B.24})$$

$$\mu_{1ij}^t \geq 0 \quad \forall i, j, t \quad (\text{B.25})$$

$$\mu_{2ik}^t \geq 0 \quad \forall i, k, t \quad (\text{B.26})$$

$$\mu_{3kj}^t \geq 0 \quad \forall j, k, t \quad (\text{B.27})$$

$$\mu_{4i}^t \geq 0 \quad \forall i, t \quad (\text{B.28})$$

$$\mu_{5j}^t \geq 0 \quad \forall j, t \quad (\text{B.29})$$

$$\mu_{6k}^t \geq 0 \quad \forall k, t \quad (\text{B.30})$$

$$\mu_{7j}^t \geq 0 \quad \forall j, t \quad (\text{B.31})$$

$$\mu_{8i}^t \geq 0 \quad \forall i, t \quad (\text{B.32})$$

$$\mu_{1ij}^t x_{ijt}^t = 0 \quad \forall i, j, t \quad (\text{B.33})$$

$$\mu_{2ik}^t b_{ik}^t = 0 \quad \forall i, k, t \quad (\text{B.34})$$

$$\mu_{3kj}^t r_{kj}^t = 0 \quad \forall j, k, t \quad (\text{B.35})$$

$$\mu_{4i}^t q_i^t = 0 \quad \forall i, t \quad (\text{B.36})$$

$$\mu_{5j}^t d_j^t = 0 \quad \forall j, t \quad (\text{B.37})$$

$$\mu_{6k}^t e_k^t = 0 \quad \forall k, t \quad (\text{B.38})$$

$$[d_j^t - D_{jt}(P_{\max}^t)]\mu_{7j}^t = 0 \quad \forall j, t \quad (\text{B.39})$$

$$[q_i^t - D_{it}(P_{\min}^t)]\mu_{8i}^t = 0 \quad \forall i, t \quad (\text{B.40})$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p b_{ik}^t = q_i^t \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall i = 1, \dots, m \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{array} \right. \quad (\text{B.41})$$

$$d_j^t = \sum_{i=1}^m x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p r_{kj}^t \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall j = 1, \dots, n \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{array} \right. \quad (\text{B.42})$$

$$\sum_{i=1}^m b_{ik}^t + e_k^{t-1} = e_k^t + \sum_{j=1}^n r_{kj}^t \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall k = 1, \dots, p \\ \forall t = 1, \dots, \tau \end{array} \right. \quad (\text{B.43})$$

$$x_{ij}^t \geq 0 \quad \forall i, j, t \quad (\text{B.44})$$

$$b_{ik}^t \geq 0 \quad \forall i, k, t \quad (\text{B.45})$$

$$r_{kj}^t \geq 0 \quad \forall j, k, t \quad (\text{B.46})$$

$$q_i^t \geq 0 \quad \forall i, t \quad (\text{B.47})$$

$$d_j^t \geq 0 \quad \forall j, t \quad (\text{B.48})$$

$$e_k^t \geq 0 \quad \forall k, t \quad (\text{B.49})$$

$$D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t \text{ ou } d_j^t \geq D_{jt}(P_{\max}^t) \quad \forall j \quad (\text{B.50})$$

$$S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t \text{ ou } q_i^t \geq S_{it}(P_{\min}^t) \quad \forall i \quad (\text{B.51})$$



•Analisando a aplicação das condições de KKT tem-se:

□ 1ª condição:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{4i}^t q_i^t = 0 \\ [q_i^t - S_{it}(P_{\min}^t)] \mu_{8i}^t = 0 \\ q_i^t = \sum_{j=1}^n x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p b_{ik}^t \\ S_{it}^{-1}(q_i^t) - \lambda_{1i}^t - \mu_{4i}^t - \mu_{8i}^t = 0 \\ \mu_{4i}^t \geq 0 \\ \mu_{8i}^t \geq 0 \\ q_i^t \geq 0 \\ S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t \equiv q_i^t - S_{it}(P_{\min}^t) \geq 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.52})$$

Se  $q_i^t = 0$  e  $[q_i^t - S_{it}(P_{\min}^t)] = 0$   
então  $S_{it}^{-1}(q_i^t) - \lambda_{1i}^t = \mu_{4i}^t + \mu_{8i}^t \geq 0 \Rightarrow \lambda_{1i}^t \leq S_{it}^{-1}(q_i^t)$  e  $S_{it}^{-1}(q_i^t) = P_{\min}^t$

Se  $q_i^t = 0$  e  $[q_i^t - S_{it}(P_{\min}^t)] > 0$   
então  $S_{it}^{-1}(q_i^t) - \lambda_{1i}^t = \mu_{4i}^t \geq 0 \Rightarrow \lambda_{1i}^t \leq S_{it}^{-1}(q_i^t)$  e  $S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t$

Se  $q_i^t > 0$  e  $[q_i^t - S_{it}(P_{\min}^t)] = 0$   
então  $S_{it}^{-1}(q_i^t) - \lambda_{1i}^t = \mu_{8i}^t \geq 0 \Rightarrow \lambda_{1i}^t \leq S_{it}^{-1}(q_i^t)$  e  $S_{it}^{-1}(q_i^t) = P_{\min}^t$

Se  $q_i^t > 0$  e  $[q_i^t - S_{it}(P_{\min}^t)] > 0$   
então  $S_{it}^{-1}(q_i^t) - \lambda_{1i}^t = 0 \Rightarrow \lambda_{1i}^t = S_{it}^{-1}(q_i^t)$  e  $S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t$

Em resumo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{se } q_i^t > 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{1i}^t = S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t \text{ (i)} \\ \lambda_{1i}^t \leq S_{it}^{-1}(q_i^t) = P_{\min}^t \text{ (ii)} \end{array} \right. \\ \text{se } q_i^t = 0 \Rightarrow \lambda_{1i}^t \leq S_{it}^{-1}(q_i^t) \wedge S_{it}^{-1}(q_i^t) \geq P_{\min}^t \text{ (iii)} \end{array} \right. \quad (\text{B.53})$$

Essa condição de equilíbrio verifica três possíveis ocorrências:

- (i) o produtor produz para o mercado, que paga o seu custo marginal de produção, que não é inferior ao preço mínimo ( $P_{\min}^t$ ) garantido pelo governo;
- (ii) a produção é comprada pelo governo com o objetivo de garantir o preço mínimo ( $P_{\min}^t$ ).

(iii)a produção é nula, pois os custos marginais de produção estão acima do preço de mercado e também do preço mínimo garantido pelo governo.

□ 2ª condição:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{4i}^t q_i^t = 0 \\ [d_j^t - D_{jt}(P_{\max}^t)] \mu_{7j}^t = 0 \\ d_j^t = \sum_{i=1}^m x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p r_{kj}^t \\ -D_{jt}^{-1}(d_j^t) + \lambda_{2j}^t - \mu_{5j}^t - \mu_{7j}^t = 0 \\ \mu_{5j}^t \geq 0 \\ \mu_{7j}^t \geq 0 \\ d_j^t \geq 0 \\ D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t \equiv d_j^t \geq D_{jt}(P_{\max}^t) \end{array} \right. \quad (\text{B.54})$$

Se  $d_j^t = 0$  and  $[d_j^t - D_{jt}(P_{\max}^t)] = 0$   
então  $-D_{jt}^{-1}(d_j^t) + \lambda_{2j}^t = \mu_{5j}^t + \mu_{7j}^t \geq 0 \Rightarrow \lambda_{2j}^t \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t)$  e  $D_{jt}^{-1}(d_j^t) = P_{\max}^t$

Se  $d_j^t = 0$  and  $[d_j^t - D_{jt}(P_{\max}^t)] > 0$   
então  $-D_{jt}^{-1}(d_j^t) + \lambda_{2j}^t = \mu_{5j}^t \geq 0 \Rightarrow \lambda_{2j}^t \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t)$  e  $D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t$

Se  $d_j^t > 0$  and  $[d_j^t - D_{jt}(P_{\max}^t)] = 0$   
então  $-D_{jt}^{-1}(d_j^t) + \lambda_{2j}^t = \mu_{7j}^t \geq 0 \Rightarrow \lambda_{2j}^t \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t)$  e  $D_{jt}^{-1}(d_j^t) = P_{\max}^t$

Se  $d_j^t > 0$  and  $[d_j^t - D_{jt}(P_{\max}^t)] > 0$   
então  $-D_{jt}^{-1}(d_j^t) + \lambda_{2j}^t = 0 \Rightarrow \lambda_{2j}^t = D_{jt}^{-1}(d_j^t)$  e  $D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t$

Em resumo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{se } d_j^t > 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{2j}^t = D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t \quad (i) \\ \lambda_{2j}^t \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t) = P_{\max}^t \quad (ii) \end{array} \right. \\ \text{se } d_j^t = 0 \Rightarrow \lambda_{2j}^t \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t) \wedge D_{jt}^{-1}(d_j^t) \leq P_{\max}^t \quad (iii) \end{array} \right. \quad (\text{B.55})$$

A demanda do consumidor é atendida pelo mercado (i) quando o preço é menor que o máximo ( $P_{\max}^t$ ) e por importações do governo (ii) caso contrário. A demanda é nula (iii) quando o preço que o consumidor está disposto a pagar é menor que o preço de mercado e também menor que o preço máximo garantido pelo governo.

□ 3ª condição:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{1ij}^t x_{ij}^t = 0 \\ d_j^t = \sum_{i=1}^m x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p r_{kj}^t \\ \sum_{j=1}^n x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p b_{ik}^t = q_i^t \\ C_{ij}^t(x_{ij}^t) + \lambda_{1i}^t - \lambda_{2j}^t - \mu_{1ij}^t = 0 \\ x_{ij}^t \geq 0 \\ \mu_{1jt}^t \geq 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.56})$$

$$\begin{aligned} \text{Se } x_{ij}^t = 0 \text{ então } C_{ij}^t(x_{ij}^t) + \lambda_{1i}^t - \lambda_{2j}^t = \mu_{1ij}^t &\geq 0 & \forall i, j, t \\ \Rightarrow \lambda_{2j}^t \leq C_{ij}^t(x_{ij}^t) + \lambda_{1i}^t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Se } x_{ij}^t > 0 \text{ então } C_{ij}^t(x_{ij}^t) + \lambda_{1i}^t - \lambda_{2j}^t = \mu_{1ij}^t &= 0 & \forall i, j, t \\ \Rightarrow \lambda_{2j}^t = C_{ij}^t(x_{ij}^t) + \lambda_{1i}^t \end{aligned}$$

Em resumo:

$$S_{it}^{-1}(q_i^t) + C_{ij}^t(x_{ij}^t) \left\{ \begin{array}{l} = D_{jt}^{-1}(d_j^t) \text{ se } x_{ij}^t > 0 \\ \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t) \text{ se } x_{ij}^t = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.57})$$

Apenas existe fluxo entre a região produtora  $i$  e o mercado con-

sumidor  $j$  se o custo marginal de produção acrescido ao custo de transporte for igual ao preço no mercado consumidor.

□ 4ª condição:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{2ik}^t b_{ik}^t = 0 \\ \sum_{i=1}^m b_{ik}^t + e_k^{t-1} = e_k^t + \sum_{j=1}^n r_{kj}^t \\ \sum_{j=1}^n x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p b_{ik}^t = q_i^t \\ B_{ik}^t(b_{ik}^t) + \lambda_{1i}^t - \lambda_{3k}^t - \mu_{2ik}^t = 0 \\ b_{ik}^t \geq 0 \\ \mu_{2ik}^t \geq 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.58})$$

$$\begin{aligned} \text{Se } b_{ik}^t = 0 \text{ então } B_{ik}^t(b_{ik}^t) + \lambda_{1i}^t - \lambda_{3k}^t - \mu_{2ik}^t &= 0 & \forall i, k, t \\ \Rightarrow \lambda_{3k}^t &\leq B_{ik}^t(b_{ik}^t) + \lambda_{1i}^t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Se } b_{ik}^t > 0 \text{ então } B_{ik}^t(b_{ik}^t) + \lambda_{1i}^t - \lambda_{3k}^t - \mu_{2ik}^t &= 0 & \forall i, k, t \\ \Rightarrow \lambda_{3k}^t &= B_{ik}^t(b_{ik}^t) + \lambda_{1i}^t \end{aligned}$$

Em resumo:

$$S_{it}^{-1}(q_i^t) + B_{ik}^t(b_{ik}^t) \left\{ \begin{array}{ll} = \lambda_{3k}^t & \text{se } b_{ik}^t > 0 \\ \geq \lambda_{3k}^t & \text{se } b_{ik}^t = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.59})$$

Se existe fluxo entre a região produtora  $i$  e o agente armazenador  $k$  então o preço pago pelo agente armazenador é dado pela soma do custo marginal de produção e o custo de transporte.

□ 5ª condição:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{3kj}^t r_{kj}^t = 0 \\ \sum_{i=1}^m b_{ik}^t + e_k^{t-1} = e_k^t + \sum_{j=1}^n r_{kj}^t \\ d_j^t = \sum_{i=1}^m x_{ij}^t + \sum_{k=1}^p r_{kj}^t \\ R_{kj}^t(r_{kj}^t) - \lambda_{2j}^t + \lambda_{3k}^t - \mu_{3kj}^t = 0 r_{kj}^t \geq 0 \\ \mu_{3kj}^t \geq 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.60})$$

$$\begin{aligned} \text{Se } r_{kj}^t = 0 \text{ então } R_{kj}^t(r_{kj}^t) - \lambda_{2j}^t + \lambda_{3k}^t &= \mu_{3kj}^t \geq 0 & \forall j, k, t \\ \Rightarrow R_{kj}^t(r_{kj}^t) + \lambda_{3k}^t &\geq \lambda_{2j}^t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Se } r_{kj}^t > 0 \text{ então } R_{kj}^t(r_{kj}^t) - \lambda_{2j}^t + \lambda_{3k}^t &= \mu_{3kj}^t = 0 & \forall j, k, t \\ \Rightarrow R_{kj}^t(r_{kj}^t) + \lambda_{3k}^t &= \lambda_{2j}^t \end{aligned}$$

Em resumo:

$$\lambda_{3k}^t + R_{kj}^t(r_{kj}^t) \left\{ \begin{array}{ll} = D_{jt}^{-1}(d_j^t) & \text{se } r_{kj}^t > 0 \\ \geq D_{jt}^{-1}(d_j^t) & \text{se } r_{kj}^t = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.61})$$

Se o preço no mercado consumidor  $j$  for igual ao preço pago pelo agente armazenador  $k$  acrescido do custo de transporte entre o agente armazenador e o mercado consumidor, então há fluxo entre eles. Caso contrário, o fluxo é nulo.

□ 6ª condição:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{6k}^t e_k^t = 0 \\ \sum_{i=1}^m b_{ik}^t + e_k^{t-1} = e_k^t + \sum_{j=1}^n r_{kj}^t \\ Q_k^t(e_k^t) + \lambda_{3k}^{t-1} - \lambda_{3k}^t - \mu_{6k}^t = 0 e_k^t \geq 0 \\ \mu_{6k}^t \geq 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.62})$$

$$\begin{aligned} \text{Se } e_k^t = 0 \text{ então } Q_k^t(e_k^t) + \lambda_{3k}^{t-1} - \lambda_{3k}^t &= \mu_{6k}^t \geq 0 & \forall k, t \\ \Rightarrow Q_k^t(e_k^t) + \lambda_{3k}^{t-1} &\geq \lambda_{3k}^t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Se } e_k^t > 0 \text{ então } Q_k^t(e_k^t) + \lambda_{3k}^{t-1} - \lambda_{3k}^t &= \mu_{6k}^t = 0 & \forall k, t \\ \Rightarrow Q_k^t(e_k^t) + \lambda_{3k}^{t-1} &= \lambda_{3k}^t \end{aligned}$$

Em resumo:

$$\lambda_{3k}^t + Q_{kt}(e_k^t) \begin{cases} = \lambda_{3k}^{t+1} & \text{se } e_k^t > 0 \\ \geq \lambda_{3k}^{t+1} & \text{se } e_k^t = 0 \end{cases} \quad (\text{B.63})$$

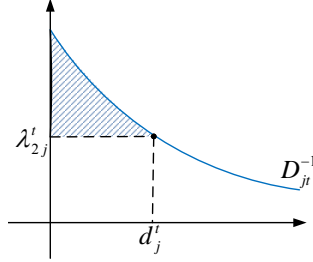
Se existe quantidade armazenada  $e_k^t$  no período  $t$  então o preço de venda do agente armazenador  $k$  no período  $t$  é o resultado da soma do custo marginal de operação do estoque no período  $t$  com o preço de compra no período  $t-1$ . Caso contrário, não há armazenamento.

## APÊNDICE C – Cálculo dos excedentes

### C.1 EXCEDENTE DO MERCADO CONSUMIDOR

A Figura 27 ilustra o excedente do consumidor, dado pela diferença entre o valor máximo que o consumidor estaria disposto a pagar para consumir um bem e o valor que efetivamente paga (preço de mercado), conforme a área destacada.

Figura 27: Excedente do consumidor.



Fonte: Elaborado pela autora.

O excedente do consumo é dado por:

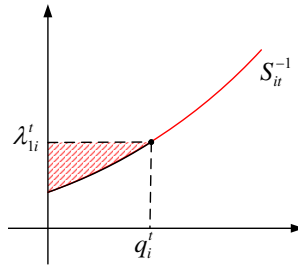
$$\text{Excedente}(N_j^t) = \int_0^{d_j^t} D_{jt}^{-1}(w) dw - \lambda_{2j}^t \cdot d_j^t \quad (\text{C.1})$$

com  $d_j^t \geq 0 \quad \forall j, t$

## C.2 EXCEDENTE DA REGIÃO PRODUTORA

O excedente do produtor, ilustrado na Figura 28, é dado pela diferença entre o valor que o produtor recebe pela venda de um bem (preço de mercado) e o valor mínimo que estaria disposto a aceitar (custo marginal), obtido pela área destacada.

Figura 28: Excedente do produtor.



Fonte: Elaborado pela autora.

O excedente de produção é dado por:

$$\text{Excedente}(M_i^t) = \lambda_{1i}^t \cdot q_i^t - \int_0^{q_i^t} S_{it}^{-1}(w) dw \quad (\text{C.2})$$

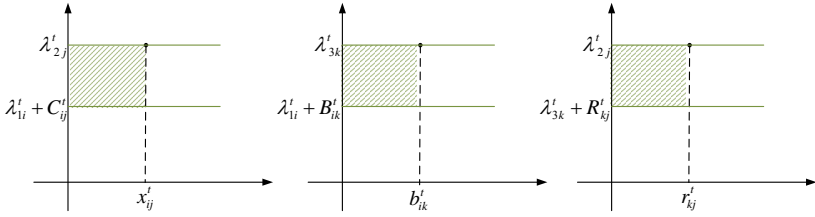
$$\text{com } q_i^t \geq 0 \quad \forall i, t$$



### C.3 EXCEDENTE DOS TRANSPORTADORES

Os agentes transportadores, em um sistema de concorrência perfeita, conectam os pares de nós pelo excedente, dado pela margem operacional descontado os custos de transporte. A Figura 29 ilustra o excedente para cada uma das variantes que podem ocorrer na transação de produtos.

Figura 29: Excedente do transportador.



Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 29.a tem-se o transporte realizado de um nó produtor para um nó consumidor, cujo excedente do agente transportador é dado pela equação:

$$\text{Excedente}(M_i^t \rightarrow N_j^t) = \int_0^{x_{ij}^t} [\lambda_{2j}^t - \lambda_{1i}^t - C_{ij}^t(w)] dw \quad (\text{C.3})$$

$$\text{com } x_{ij}^t \geq 0 \quad \forall i, j, t$$

Na Figura 29.b tem-se o transporte realizado de um nó de armazenagem para um nó consumidor, cujo excedente do agente transportador é dado pela equação:

$$\text{Excedente}(E_k^t \rightarrow N_j^t) = \int_0^{r_{kj}^t} [\lambda_{2j}^t - \lambda_{3k}^t - R_{kj}^t(w)] dw \quad (\text{C.4})$$

$$\text{com } r_{kj}^t \geq 0 \quad \forall k, j, t$$

Na Figura 29.c tem-se o transporte realizado de um nó produtor

para um nó armazenador, cujo excedente do agente transportador é dado pela equação:

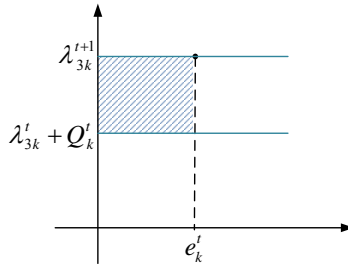
$$\text{Excedente } (M_i^t \rightarrow E_k^t) = \int_0^{b_{ik}^t} [\lambda_{3k}^t - \lambda_{1i}^t - B_{ik}^t(w)] dw \quad (\text{C.5})$$

$$\text{com } b_{ik}^t \geq 0 \quad \forall i, k, t$$

#### C.4 EXCEDENTE DO ARMAZENADOR

Por fim, o excedente do agente armazenador é representado na Figura 30 e refere-se ao deslocamento temporal de produtos.

Figura 30: Excedente do armazenador.



Fonte: Elaborado pela autora.

Esse excedente é obtido pela seguinte equação:

$$\text{Excedente } (E_k^t) = \int_0^{e_k^t} [\lambda_{3k}^{t+1} - \lambda_{3k}^t - Q_k^t(w)] dw \quad (\text{C.6})$$

$$\text{com } e_k^t \geq 0 \quad \forall k, t$$

## APÊNDICE D – Verificação das condições de equilíbrio para o caso numérico ilustrativo

### D.1 CASO SEM ESTOQUE E SEM BANDAS DE PREÇO

Na situação em que o mercado não sobre intervenção do governo, apresentada no caso numérico ilustrativo (seção 5.1 p.92), ocorre apenas deslocamento espacial de produtos entre regiões produtoras e mercados consumidores. Assim, o equilíbrio é descrito apenas pela condição (3.5 p.68), que é satisfeita para todos os pares produtor/consumidor, conforme pode-se verificar nas Tabelas 44 e 45.

Tabela 44: Verificação da condição de equilíbrio para o caso sem estoques e sem banda - Período 1.

Origem - destino	Custo marginal de produção (a)	Custo marginal de transporte (b)	Custos de produção e transporte (a + b)	Preço no mercado consumidor	Fluxo
$M_1^1 - N_1^1$	15,47	5,20	20,67	20,37	
$M_1^1 - N_2^1$	15,47	5,30	20,77	20,77	428,90
$M_1^1 - N_3^1$	15,47	7,20	22,67	22,27	
$M_1^1 - N_4^1$	15,47	7,50	22,97	22,97	144,84
$M_2^1 - N_1^1$	17,37	7,80	25,17	20,37	
$M_2^1 - N_2^1$	17,37	5,70	23,07	20,77	
$M_2^1 - N_3^1$	17,37	4,90	22,27	22,27	245,82
$M_2^1 - N_4^1$	17,37	7,20	24,57	22,97	
$M_3^1 - N_1^1$	15,17	5,20	20,37	20,37	407,39
$M_3^1 - N_2^1$	15,17	6,00	21,17	20,77	
$M_3^1 - N_3^1$	15,17	7,10	22,27	22,27	317,26
$M_3^1 - N_4^1$	15,17	7,80	22,97	22,97	492,82

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 45: Verificação da condição de equilíbrio para o caso sem estoques e sem banda - Período 2.

Origem - destino	Custo marginal de produção (a)	Custo marginal de transporte (b)	Custos de produção e transporte (a + b)	Preço no mercado consumidor	Fluxo
$M_1^2 - N_1^2$	63,60	5,20	68,80	68,50	
$M_1^2 - N_2^2$	63,60	5,30	68,90	68,90	236,42
$M_1^2 - N_3^2$	63,60	7,20	70,80	68,80	
$M_1^2 - N_4^2$	63,60	7,50	71,10	71,10	151,88
$M_2^2 - N_1^2$	63,90	7,80	71,70	68,50	
$M_2^2 - N_2^2$	63,90	5,70	69,60	68,90	
$M_2^2 - N_3^2$	63,90	4,90	68,80	68,80	289,44
$M_2^2 - N_4^2$	63,90	7,20	71,10	71,10	9,87
$M_3^2 - N_1^2$	63,30	5,20	68,50	68,50	188,66
$M_3^2 - N_2^2$	63,30	6,00	69,30	68,90	
$M_3^2 - N_3^2$	63,30	7,10	70,40	68,80	
$M_3^2 - N_4^2$	63,30	7,80	71,10	71,10	175,16

Fonte: Elaborado pela autora

## D.2 CASO COM ESTOQUE E SEM BANDAS DE PREÇO

Na situação em que o mercado sobre intervenção do governo através de estoques reguladores, apresentada no caso numérico ilustrativo (seção 5.2 p.93), tem-se deslocamento espacial de produtos entre regiões produtoras, mercados consumidores e armazéns; bem com deslocamento temporal de produtos realizado pelo agente armazenador. Assim, o equilíbrio espacial é descrito pelas condições (3.5), (3.6) e (3.7 p.68) e o equilíbrio temporal pela condição (3.8 p.69). Essas condições são satisfeitas para todos os pares origem/destino, conforme pode-se verificar nas Tabelas 46, 47 e 48.

Tabela 46: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso com estoques e sem banda - Período 1.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^1 - N_1^1$	23,08	5,20	28,28	27,98	
$M_1^1 - N_2^1$	23,08	5,30	28,38	28,38	398,48
$M_1^1 - N_3^1$	23,08	7,20	30,28	29,88	
$M_1^1 - N_4^1$	23,08	7,50	30,58	30,58	555,55
$M_1^1 - E_1^1$	23,08	3,60	26,68	26,48	
$M_2^1 - N_1^1$	24,98	7,80	32,78	27,98	
$M_2^1 - N_2^1$	24,98	5,70	30,68	28,38	
$M_2^1 - N_3^1$	24,98	4,90	29,88	29,88	499,35
$M_2^1 - N_4^1$	24,98	7,20	32,18	30,58	
$M_2^1 - E_1^1$	24,98	3,20	28,18	26,48	
$M_3^1 - N_1^1$	22,78	5,20	27,98	27,98	375,82
$M_3^1 - N_2^1$	22,78	6,00	28,78	28,38	
$M_3^1 - N_3^1$	22,78	7,10	29,88	29,88	19,00
$M_3^1 - N_4^1$	22,78	7,80	30,58	30,58	34,57
$M_3^1 - E_1^1$	22,78	3,70	26,48	26,48	1551,67
$E_1^1 - N_1^1$	26,48	4,70	31,18	27,98	
$E_1^1 - N_2^1$	26,48	3,90	30,38	28,38	
$E_1^1 - N_3^1$	26,48	3,80	30,28	29,88	
$E_1^1 - N_4^1$	26,48	4,20	30,68	30,58	

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 47: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso com estoques e sem banda - Período 2.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^2 - N_1^2$	28,48	5,20	33,68	33,68	95,67
$M_1^2 - N_2^2$	28,48	5,30	33,78	32,88	
$M_1^2 - N_3^2$	28,48	7,20	35,68	32,78	
$M_1^2 - N_4^2$	28,48	7,50	35,98	33,18	
$M_1^2 - E_1^2$	28,48	3,60	32,08	28,98	
$M_2^2 - N_1^2$	27,88	7,80	35,68	33,68	59,20
$M_2^2 - N_2^2$	27,88	5,70	33,58	32,88	
$M_2^2 - N_3^2$	27,88	4,90	32,78	32,78	
$M_2^2 - N_4^2$	27,88	7,20	35,08	33,18	
$M_2^2 - E_1^2$	27,88	3,20	31,08	28,98	
$M_3^2 - N_1^2$	28,48	5,20	33,68	33,68	96,00
$M_3^2 - N_2^2$	28,48	6,00	34,48	32,88	
$M_3^2 - N_3^2$	28,48	7,10	35,58	32,78	
$M_3^2 - N_4^2$	28,48	7,80	36,28	33,18	
$M_3^2 - E_1^2$	28,48	3,70	32,18	28,98	
$E_1^2 - N_1^2$	28,98	4,70	33,68	33,68	155,23
$E_1^2 - N_2^2$	28,98	3,90	32,88	32,88	380,48
$E_1^2 - N_3^2$	28,98	3,80	32,78	32,78	442,09
$E_1^2 - N_4^2$	28,98	4,20	33,18	33,18	573,87

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 48: Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso com estoques e sem banda.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$E_1^1 - E_1^2$	26,48	2,5	28,98	28,98	1551,67
$E_1^2 - E_1^1$	28,98	2,5	31,48	26,48	

Fonte: Elaborado pela autora

### D.3 CASO COM ESTOQUE E BANDAS DE PREÇO

Na situação em que o mercado sofre intervenção do governo através de estoques reguladores e com restrição de bandas de preço, apresentada no caso numérico ilustrativo (seção 5.3 p.95), tem-se deslocamento espacial de produtos entre regiões produtoras, mercados consumidores e armazéns, bem com deslocamento temporal de produtos realizado pelo agente armazenador. Também há aquisição da produção e abastecimento do mercado decorrentes de ações do governo que visam a manutenção dos preços fixados.

Nessa situação o equilíbrio espacial também é descrito pelas condições (3.5), (3.6) e (3.7 p.68) e o equilíbrio temporal pela condição (3.8 p.69). Essas condições são satisfeitas para todos os pares origem/-destino, conforme pode-se verificar na sequência para cada uma das bandas que foram avaliadas.

No caso da banda de preço \$25 - \$30 pode-se avaliar os resultados pelas Tabelas 49, 50 e 51.

Tabela 49: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$25 - \$30 - Período 1.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^1 - N_1^1$	25,00	5,20	30,20	30,00	
$M_1^1 - N_2^1$	25,00	5,30	30,30	30,00	
$M_1^1 - N_3^1$	25,00	7,20	32,20	30,00	
$M_1^1 - N_4^1$	25,00	7,50	32,50	30,00	
$M_1^1 - E_1^1$	25,00	3,60	28,60	27,11	
$M_1^1 - N_{EXT}^1$	25,00		25,00	25,00	1050,00
$M_2^1 - N_1^1$	25,10	7,80	32,90	30,00	
$M_2^1 - N_2^1$	25,10	5,70	30,80	30,00	
$M_2^1 - N_3^1$	25,10	4,90	30,00	30,00	503,33
$M_2^1 - N_4^1$	25,10	7,20	32,30	30,00	
$M_2^1 - E_1^1$	25,10	3,20	28,30	27,11	
$M_2^1 - N_{EXT}^1$	25,10		25,10	25,00	
$M_3^1 - N_1^1$	25,00	5,20	30,20	30,00	
$M_3^1 - N_2^1$	25,00	6,00	31,00	30,00	
$M_3^1 - N_3^1$	25,00	7,10	32,10	30,00	
$M_3^1 - N_4^1$	25,00	7,80	32,80	30,00	
$M_3^1 - E_1^1$	25,00	3,70	28,70	27,11	
$M_3^1 - N_{EXT}^1$	25,00		25,00	25,00	2200,00
$E_1^1 - N_1^1$	27,11	4,70	31,81	30,00	
$E_1^1 - N_2^1$	27,11	3,90	31,01	30,00	
$E_1^1 - N_3^1$	27,11	3,80	30,91	30,00	
$E_1^1 - N_4^1$	27,11	4,20	31,31	30,00	
$M_{EXT}^1 - N_1^1$	30,00		30,00	30,00	363,64
$M_{EXT}^1 - N_2^1$	30,00		30,00	30,00	392,00
$M_{EXT}^1 - N_3^1$	30,00		30,00	30,00	14,31
$M_{EXT}^1 - N_4^1$	30,00		30,00	30,00	593,75

Fonte: Elaborado pela autora



Tabela 50: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$25 - \$30 - Período 2.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^2 - N_1^2$	25,00	5,20	30,20	30,00	
$M_1^2 - N_2^2$	25,00	5,30	30,30	30,00	
$M_1^2 - N_3^2$	25,00	7,20	32,20	30,00	
$M_1^2 - N_4^2$	25,00	7,50	32,50	30,00	
$M_1^2 - E_1^2$	25,00	3,60	28,60	27,11	
$M_1^2 - N_{EXT}^2$	25,00		25,00	25,00	66,67
$M_2^2 - N_1^2$	25,10	7,80	32,90	30,00	
$M_2^2 - N_2^2$	25,10	5,70	30,80	30,00	
$M_2^2 - N_3^2$	25,10	4,90	30,00	30,00	40,67
$M_2^2 - N_4^2$	25,10	7,20	32,30	30,00	
$M_2^2 - E_1^2$	25,10	3,20	28,30	27,11	
$M_2^2 - N_{EXT}^2$	25,10		25,10	25,00	
$M_3^2 - N_1^2$	25,00	5,20	30,20	30,00	
$M_3^2 - N_2^2$	25,00	6,00	31,00	30,00	
$M_3^2 - N_3^2$	25,00	7,10	32,10	30,00	
$M_3^2 - N_4^2$	25,00	7,80	32,80	30,00	
$M_3^2 - E_1^2$	25,00	3,70	28,70	27,11	
$M_3^2 - N_{EXT}^2$	25,00		25,00	25,00	69,23
$E_1^2 - N_1^2$	27,11	4,70	31,81	30,00	
$E_1^2 - N_2^2$	27,11	3,90	31,01	30,00	
$E_1^2 - N_3^2$	27,11	3,80	30,91	30,00	
$E_1^2 - N_4^2$	27,11	4,20	31,31	30,00	
$M_{EXT}^2 - N_1^2$	30,00		30,00	30,00	363,64
$M_{EXT}^2 - N_2^2$	30,00		30,00	30,00	392,00
$M_{EXT}^2 - N_3^2$	30,00		30,00	30,00	476,98
$M_{EXT}^2 - N_4^2$	30,00		30,00	30,00	593,75

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 51: Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso da banda \$25 - \$30.

<b>Origem - destino</b>	<b>Custo na origem (a)</b>	<b>Custo de transação no arco (b)</b>	<b>Custo total (a + b)</b>	<b>Preço no destino</b>	<b>Fluxo</b>
$E_1^1 - E_1^2$	27,11	2,50	29,61	27,11	
$E_1^2 - E_1^1$	27,11	2,50	29,61	27,11	

Fonte: Elaborado pela autora

No caso da banda de preço \$20 - \$30 pode-se avaliar os resultados pelas Tabelas 52, 53 e 54.

Tabela 52: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$20 - \$30 - Período 1.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^1 - N_1^1$	20,30	5,20	25,50	25,20	409,60
$M_1^1 - N_2^1$	20,30	5,30	25,60	25,60	
$M_1^1 - N_3^1$	20,30	7,20	27,50	27,10	
$M_1^1 - N_4^1$	20,30	7,50	27,80	27,80	
$M_1^1 - E_1^1$	20,30	3,60	23,90	23,70	405,40
$M_1^1 - N_{EXT}^1$	20,30		20,30	20,00	
$M_2^1 - N_1^1$	22,20	7,80	30,00	25,20	
$M_2^1 - N_2^1$	22,20	5,70	27,90	25,60	
$M_2^1 - N_3^1$	22,20	4,90	27,10	27,10	406,67
$M_2^1 - N_4^1$	22,20	7,20	29,40	27,80	
$M_2^1 - E_1^1$	22,20	3,20	25,40	23,70	
$M_2^1 - N_{EXT}^1$	22,20		22,20	20,00	
$M_3^1 - N_1^1$	20,00	5,20	25,20	25,20	385,45
$M_3^1 - N_2^1$	20,00	6,00	26,00	25,60	
$M_3^1 - N_3^1$	20,00	7,10	27,10	27,10	
$M_3^1 - N_4^1$	20,00	7,80	27,80	27,80	
$M_3^1 - E_1^1$	20,00	3,70	23,70	23,70	476,98
$M_3^1 - N_{EXT}^1$	20,00		20,00	20,00	
$E_1^1 - N_1^1$	23,70	4,70	28,40	25,20	
$E_1^1 - N_2^1$	23,70	3,90	27,60	25,60	
$E_1^1 - N_3^1$	23,70	3,80	27,50	27,10	507,43
$E_1^1 - N_4^1$	23,70	4,20	27,90	27,80	
$M_{EXT}^1 - N_1^1$	30,00		30,00	25,20	
$M_{EXT}^1 - N_2^1$	30,00		30,00	25,60	
$M_{EXT}^1 - N_3^1$	30,00		30,00	27,10	
$M_{EXT}^1 - N_4^1$	30,00		30,00	27,80	

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 53: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$20 - \$30 - Período 2.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^2 - N_1^2$	24,80	5,20	30,00	30,00	65,00
$M_1^2 - N_2^2$	24,80	5,30	30,10	30,00	
$M_1^2 - N_3^2$	24,80	7,20	32,00	30,00	
$M_1^2 - N_4^2$	24,80	7,50	32,30	30,00	
$M_1^2 - E_1^2$	24,80	3,60	28,40	26,20	
$M_1^2 - N_{EXT}^2$	24,80		24,80	20,00	40,67
$M_2^2 - N_1^2$	25,10	7,80	32,90	30,00	
$M_2^2 - N_2^2$	25,10	5,70	30,80	30,00	
$M_2^2 - N_3^2$	25,10	4,90	30,00	30,00	
$M_2^2 - N_4^2$	25,10	7,20	32,30	30,00	
$M_2^2 - E_1^2$	25,10	3,20	28,30	26,20	67,69
$M_2^2 - N_{EXT}^2$	25,10		25,10	20,00	
$M_3^2 - N_1^2$	24,80	5,20	30,00	30,00	
$M_3^2 - N_2^2$	24,80	6,00	30,80	30,00	
$M_3^2 - N_3^2$	24,80	7,10	31,90	30,00	
$M_3^2 - N_4^2$	24,80	7,80	32,60	30,00	476,98
$M_3^2 - E_1^2$	24,80	3,70	28,50	26,20	
$M_3^2 - N_{EXT}^2$	24,80		24,80	20,00	
$E_1^2 - N_1^2$	26,20	4,70	30,90	30,00	
$E_1^2 - N_2^2$	26,20	3,90	30,10	30,00	
$E_1^2 - N_3^2$	26,20	3,80	30,00	30,00	230,94
$E_1^2 - N_4^2$	26,20	4,20	30,40	30,00	
$M_{EXT}^2 - N_1^2$	30,00		30,00	30,00	
$M_{EXT}^2 - N_2^2$	30,00		30,00	30,00	
$M_{EXT}^2 - N_3^2$	30,00		30,00	30,00	
$M_{EXT}^2 - N_4^2$	30,00		30,00	30,00	593,75

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 54: Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso da banda \$20 - \$30.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$E_1^1 - E_1^2$	23,70	2,50	26,20	26,20	476,98
$E_1^2 - E_1^1$	26,20	2,50	28,70	23,70	

Fonte: Elaborado pela autora

No caso da banda de preço \$25 - \$35 pode-se avaliar os resultados pelas Tabelas 55, 56 e 57.

Tabela 55: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$25 - \$35 - Período 1.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^1 - N_1^1$	25,10	5,20	30,30	30,20	
$M_1^1 - N_2^1$	25,10	5,30	30,40	30,40	390,40
$M_1^1 - N_3^1$	25,10	7,20	32,30	30,37	
$M_1^1 - N_4^1$	25,10	7,50	32,60	32,60	577,50
$M_1^1 - E_1^1$	25,10	3,60	28,70	28,70	87,10
$M_1^1 - N_{EXT}^1$	25,10		25,10	25,00	
$M_2^1 - N_1^1$	25,47	7,80	33,27	30,20	
$M_2^1 - N_2^1$	25,47	5,70	31,17	30,40	
$M_2^1 - N_3^1$	25,47	4,90	30,37	30,37	515,50
$M_2^1 - N_4^1$	25,47	7,20	32,67	32,60	
$M_2^1 - E_1^1$	25,47	3,20	28,67	28,70	
$M_2^1 - N_{EXT}^1$	25,47		25,47	25,00	
$M_3^1 - N_1^1$	25,00	5,20	30,20	30,20	362,73
$M_3^1 - N_2^1$	25,00	6,00	31,00	30,40	
$M_3^1 - N_3^1$	25,00	7,10	32,10	30,37	
$M_3^1 - N_4^1$	25,00	7,80	32,80	32,60	
$M_3^1 - E_1^1$	25,00	3,70	28,70	28,70	327,14
$M_3^1 - N_{EXT}^1$	25,00		25,00	25,00	1510,14
$E_1^1 - N_1^1$	28,70	4,70	33,40	30,20	
$E_1^1 - N_2^1$	28,70	3,90	32,60	30,40	
$E_1^1 - N_3^1$	28,70	3,80	32,50	30,37	
$E_1^1 - N_4^1$	28,70	4,20	32,90	32,60	
$M_{EXT}^1 - N_1^1$	35,00		35,00	30,20	
$M_{EXT}^1 - N_2^1$	35,00		35,00	30,40	
$M_{EXT}^1 - N_3^1$	35,00		35,00	30,37	
$M_{EXT}^1 - N_4^1$	35,00		35,00	32,60	

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 56: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso da banda \$25 - \$35 - Período 2.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^2 - N_1^2$	29,80	5,20	35,00	35,00	106,67
$M_1^2 - N_2^2$	29,80	5,30	35,10	35,00	
$M_1^2 - N_3^2$	29,80	7,20	37,00	35,00	
$M_1^2 - N_4^2$	29,80	7,50	37,30	35,00	
$M_1^2 - E_1^2$	29,80	3,60	33,40	31,20	
$M_1^2 - N_{EXT}^2$	29,80		29,80	25,00	74,00
$M_2^2 - N_1^2$	30,10	7,80	37,90	35,00	
$M_2^2 - N_2^2$	30,10	5,70	35,80	35,00	
$M_2^2 - N_3^2$	30,10	4,90	35,00	35,00	
$M_2^2 - N_4^2$	30,10	7,20	37,30	35,00	
$M_2^2 - E_1^2$	30,10	3,20	33,30	31,20	106,15
$M_2^2 - N_{EXT}^2$	30,10		30,10	25,00	
$M_3^2 - N_1^2$	29,80	5,20	35,00	35,00	
$M_3^2 - N_2^2$	29,80	6,00	35,80	35,00	
$M_3^2 - N_3^2$	29,80	7,10	36,90	35,00	
$M_3^2 - N_4^2$	29,80	7,80	37,60	35,00	414,24
$M_3^2 - E_1^2$	29,80	3,70	33,50	31,20	
$M_3^2 - N_{EXT}^2$	29,80		29,80	25,00	
$E_1^2 - N_1^2$	31,20	4,70	35,90	35,00	
$E_1^2 - N_2^2$	31,20	3,90	35,10	35,00	
$E_1^2 - N_3^2$	31,20	3,80	35,00	35,00	128,09
$E_1^2 - N_4^2$	31,20	4,20	35,40	35,00	
$M_{EXT}^2 - N_1^2$	35,00		35,00	35,00	
$M_{EXT}^2 - N_2^2$	35,00		35,00	35,00	
$M_{EXT}^2 - N_3^2$	35,00		35,00	35,00	
$M_{EXT}^2 - N_4^2$	35,00		35,00	35,00	562,50

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 57: Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso da banda \$25 - \$35.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$E_1^1 - E_1^2$	28,70	2,50	31,20	31,20	414,24
$E_1^2 - E_1^1$	31,20	2,50	33,70	28,70	

Fonte: Elaborado pela autora

Para o caso em que o governo atua com o uso de estoques reguladores e com a regulação de preços subsidiando apenas preços mínimos aos produtores, os resultados de equilíbrio espacial e temporal são apresentados na sequência.

No caso da estratégia com manutenção de preço mínimo igual a \$25 pode-se avaliar os resultados pelas Tabelas 58, 59 e 60.



Tabela 58: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$25 - Período 1.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^1 - N_1^1$	25,10	5,20	30,30	30,20	
$M_1^1 - N_2^1$	25,10	5,30	30,40	30,40	390,40
$M_1^1 - N_3^1$	25,10	7,20	32,30	30,40	
$M_1^1 - N_4^1$	25,10	7,50	32,60	32,60	577,50
$M_1^1 - E_1^1$	25,10	3,60	28,70	28,70	87,10
$M_1^1 - N_{EXT}^1$	25,10		25,10	25,00	
$M_2^1 - N_1^1$	25,50	7,80	33,30	30,20	
$M_2^1 - N_2^1$	25,50	5,70	31,20	30,40	
$M_2^1 - N_3^1$	25,50	4,90	30,40	30,40	515,29
$M_2^1 - N_4^1$	25,50	7,20	32,70	32,60	
$M_2^1 - E_1^1$	25,50	3,20	28,70	28,70	1,37
$M_2^1 - N_{EXT}^1$	25,50		25,50	25,00	
$M_3^1 - N_1^1$	25,00	5,20	30,20	30,20	362,73
$M_3^1 - N_2^1$	25,00	6,00	31,00	30,40	
$M_3^1 - N_3^1$	25,00	7,10	32,10	30,40	
$M_3^1 - N_4^1$	25,00	7,80	32,80	32,60	
$M_3^1 - E_1^1$	25,00	3,70	28,70	28,70	1.366,94
$M_3^1 - N_{EXT}^1$	25,00		25,00	25,00	470,33
$E_1^1 - N_1^1$	28,70	4,70	33,40	30,20	
$E_1^1 - N_2^1$	28,70	3,90	32,60	30,40	
$E_1^1 - N_3^1$	28,70	3,80	32,50	30,40	
$E_1^1 - N_4^1$	28,70	4,20	32,90	32,60	

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 59: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$25 - Período 2.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^2 - N_1^2$	30,70	5,20	35,90	35,90	114,17
$M_1^2 - N_2^2$	30,70	5,30	36,00	35,10	
$M_1^2 - N_3^2$	30,70	7,20	37,90	35,00	
$M_1^2 - N_4^2$	30,70	7,50	38,20	35,40	
$M_1^2 - E_1^2$	30,70	3,60	34,30	31,20	
$M_1^2 - N_{EXT}^2$	30,70		30,70	25,00	47,00
$M_2^2 - N_1^2$	30,10	7,80	37,90	35,90	
$M_2^2 - N_2^2$	30,10	5,70	35,80	35,10	
$M_2^2 - N_3^2$	30,10	4,90	35,00	35,00	
$M_2^2 - N_4^2$	30,10	7,20	37,30	35,40	
$M_2^2 - E_1^2$	30,10	3,20	33,30	31,20	113,08
$M_2^2 - N_{EXT}^2$	30,10		30,10	25,00	
$M_3^2 - N_1^2$	30,70	5,20	35,90	35,90	
$M_3^2 - N_2^2$	30,70	6,00	36,70	35,10	
$M_3^2 - N_3^2$	30,70	7,10	37,80	35,00	
$M_3^2 - N_4^2$	30,70	7,80	38,50	35,40	109,58
$M_3^2 - E_1^2$	30,70	3,70	34,40	31,20	
$M_3^2 - N_{EXT}^2$	30,70		30,70	25,00	
$E_1^2 - N_1^2$	31,20	4,70	35,90	35,90	
$E_1^2 - N_2^2$	31,20	3,90	35,10	35,10	
$E_1^2 - N_3^2$	31,20	3,80	35,00	35,00	414,24
$E_1^2 - N_4^2$	31,20	4,20	35,40	35,40	

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 60: Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso de preço mínimo igual a \$25.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$E_1^1 - E_1^2$	28,70	2,50	31,20	31,20	1.455,41
$E_1^2 - E_1^1$	31,20	2,50	33,70	28,70	

Fonte: Elaborado pela autora

No caso da estratégia com manutenção de preço mínimo igual a \$30 pode-se avaliar os resultados pelas Tabelas 61, 62 e 63.

Tabela 61: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$30 - Período 1.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^1 - N_1^1$	30,10	5,20	35,30	35,20	
$M_1^1 - N_2^1$	30,10	5,30	35,40	35,40	370,40
$M_1^1 - N_3^1$	30,10	7,20	37,30	35,40	
$M_1^1 - N_4^1$	30,10	7,50	37,60	37,60	546,25
$M_1^1 - E_1^1$	30,10	3,60	33,70	33,70	388,35
$M_1^1 - N_{EXT}^1$	30,10		30,10	30,00	
$M_2^1 - N_1^1$	30,50	7,80	38,30	35,20	
$M_2^1 - N_2^1$	30,50	5,70	36,20	35,40	
$M_2^1 - N_3^1$	30,50	4,90	35,40	35,40	485,88
$M_2^1 - N_4^1$	30,50	7,20	37,70	37,60	
$M_2^1 - E_1^1$	30,50	3,20	33,70	33,70	197,45
$M_2^1 - N_{EXT}^1$	30,50		30,50	30,00	
$M_3^1 - N_1^1$	30,00	5,20	35,20	35,20	340,00
$M_3^1 - N_2^1$	30,00	6,00	36,00	35,40	
$M_3^1 - N_3^1$	30,00	7,10	37,10	35,40	
$M_3^1 - N_4^1$	30,00	7,80	37,80	37,60	
$M_3^1 - E_1^1$	30,00	3,70	33,70	33,70	652,76
$M_3^1 - N_{EXT}^1$	30,00		30,00	30,00	1.707,24
$E_1^1 - N_1^1$	33,70	4,70	38,40	35,20	
$E_1^1 - N_2^1$	33,70	3,90	37,60	35,40	
$E_1^1 - N_3^1$	33,70	3,80	37,50	35,40	
$E_1^1 - N_4^1$	33,70	4,20	37,90	37,60	

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 62: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$30 - Período 2.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^2 - N_1^2$	35,70	5,20	40,90	40,90	155,83
$M_1^2 - N_2^2$	35,70	5,30	41,00	40,10	
$M_1^2 - N_3^2$	35,70	7,20	42,90	40,00	
$M_1^2 - N_4^2$	35,70	7,50	43,20	40,40	
$M_1^2 - E_1^2$	35,70	3,60	39,30	36,20	
$M_1^2 - N_{EXT}^2$	35,70		35,70	30,00	107,33
$M_2^2 - N_1^2$	35,10	7,80	42,90	40,90	
$M_2^2 - N_2^2$	35,10	5,70	40,80	40,10	
$M_2^2 - N_3^2$	35,10	4,90	40,00	40,00	
$M_2^2 - N_4^2$	35,10	7,20	42,30	40,40	
$M_2^2 - E_1^2$	35,10	3,20	38,30	36,20	151,54
$M_2^2 - N_{EXT}^2$	35,10		35,10	30,00	
$M_3^2 - N_1^2$	35,70	5,20	40,90	40,90	
$M_3^2 - N_2^2$	35,70	6,00	41,70	40,10	
$M_3^2 - N_3^2$	35,70	7,10	42,80	40,00	
$M_3^2 - N_4^2$	35,70	7,80	43,50	40,40	528,75
$M_3^2 - E_1^2$	35,70	3,70	39,40	36,20	
$M_3^2 - N_{EXT}^2$	35,70		35,70	30,00	
$E_1^2 - N_1^2$	36,20	4,70	40,90	40,90	
$E_1^2 - N_2^2$	36,20	3,90	40,10	40,10	
$E_1^2 - N_3^2$	36,20	3,80	40,00	40,00	351,49
$E_1^2 - N_4^2$	36,20	4,20	40,40	40,40	528,75

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 63: Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso de preço mínimo igual a \$30.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$E_1^1 - E_1^2$	33,70	2,50	36,20	36,20	1.238,56
$E_1^2 - E_1^1$	36,20	2,50	38,70	33,70	

Fonte: Elaborado pela autora

No caso da estratégia com manutenção de preço mínimo igual a \$35 pode-se avaliar os resultados pelas Tabelas 64, 65 e 66.

Tabela 64: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$35 - Período 1.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^1 - N_1^1$	35,00	5,20	40,20	40,20	4,65
$M_1^1 - N_2^1$	35,00	5,30	40,30	40,30	350,80
$M_1^1 - N_3^1$	35,00	7,20	42,20	40,30	
$M_1^1 - N_4^1$	35,00	7,50	42,50	42,50	
$M_1^1 - E_1^1$	35,00	3,60	38,60	38,60	654,95
$M_1^1 - N_{EXT}^1$	35,00		35,00	35,00	23,97
$M_2^1 - N_1^1$	35,40	7,80	43,20	40,20	457,06
$M_2^1 - N_2^1$	35,40	5,70	41,10	40,30	
$M_2^1 - N_3^1$	35,40	4,90	40,30	40,30	
$M_2^1 - N_4^1$	35,40	7,20	42,60	42,50	
$M_2^1 - E_1^1$	35,40	3,20	38,60	38,60	
$M_2^1 - N_{EXT}^1$	35,40		35,40	35,00	312,62
$M_3^1 - N_1^1$	35,00	5,20	40,20	40,20	
$M_3^1 - N_2^1$	35,00	6,00	41,00	40,30	
$M_3^1 - N_3^1$	35,00	7,10	42,10	40,30	
$M_3^1 - N_4^1$	35,00	7,80	42,80	42,50	
$M_3^1 - E_1^1$	35,00	3,70	38,70	38,60	2.887,38
$M_3^1 - N_{EXT}^1$	35,00		35,00	35,00	
$E_1^1 - N_1^1$	38,60	4,70	43,30	40,20	
$E_1^1 - N_2^1$	38,60	3,90	42,50	40,30	
$E_1^1 - N_3^1$	38,60	3,80	42,40	40,30	
$E_1^1 - N_4^1$	38,60	4,20	42,80	42,50	

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 65: Verificação da condição de equilíbrio espacial para o caso de preço mínimo igual a \$35 - Período 2.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$M_1^2 - N_1^2$	39,70	5,20	44,90	44,90	113,60
$M_1^2 - N_2^2$	39,70	5,30	45,00	45,00	75,56
$M_1^2 - N_3^2$	39,70	7,20	46,90	44,90	
$M_1^2 - N_4^2$	39,70	7,50	47,20	45,30	
$M_1^2 - E_1^2$	39,70	3,60	43,30	41,10	
$M_1^2 - N_{EXT}^2$	39,70		39,70	35,00	
$M_2^2 - N_1^2$	40,00	7,80	47,80	44,90	
$M_2^2 - N_2^2$	40,00	5,70	45,70	45,00	
$M_2^2 - N_3^2$	40,00	4,90	44,90	44,90	140,00
$M_2^2 - N_4^2$	40,00	7,20	47,20	45,30	
$M_2^2 - E_1^2$	40,00	3,20	43,20	41,10	
$M_2^2 - N_{EXT}^2$	40,00		40,00	35,00	
$M_3^2 - N_1^2$	39,70	5,20	44,90	44,90	182,31
$M_3^2 - N_2^2$	39,70	6,00	45,70	45,00	
$M_3^2 - N_3^2$	39,70	7,10	46,80	44,90	
$M_3^2 - N_4^2$	39,70	7,80	47,50	45,30	
$M_3^2 - E_1^2$	39,70	3,70	43,40	41,10	
$M_3^2 - N_{EXT}^2$	39,70		39,70	35,00	
$E_1^2 - N_1^2$	41,10	4,70	45,80	44,90	
$E_1^2 - N_2^2$	41,10	3,90	45,00	45,00	256,43
$E_1^2 - N_3^2$	41,10	3,80	44,90	44,90	290,00
$E_1^2 - N_4^2$	41,10	4,20	45,30	45,30	498,12

Fonte: Elaborado pela autora



Tabela 66: Verificação da condição de equilíbrio temporal para o caso de preço mínimo igual a \$35.

Origem - destino	Custo na origem (a)	Custo de transação no arco (b)	Custo total (a + b)	Preço no destino	Fluxo
$E_1^1 - E_1^2$	38,60	2,50	41,10	41,10	1.044,56
$E_1^2 - E_1^1$	41,10	2,50	43,60	38,60	

Fonte: Elaborado pela autora